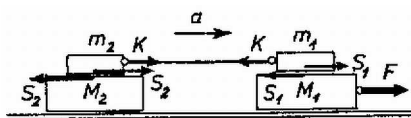


A feladat szerint a testek kezdetben nyugalomban vannak. Ezért mindegyik test gyorsulása az F erő irányával azonos irányú lesz a mozgás során. Az ábrán feltüntettük az egyes testekre ható vízszintes irányú erőket (a függőleges irányú erők eredője nulla), valamint a gyorsulásokat.



A két felső testet állandó hosszúságú fonál köti össze, ezért gyorsulásuk azonos (a). Az alsó testek gyorsulásai A_1 és A_2 ; K a kötélerő, S_1 és S_2 a súrlódási erők. A négy testre külön-külön felírjuk a mozgásegyenletet:

$$\begin{aligned} (1) \quad & MA_1 = F - S_1, \\ (2) \quad & MA_2 = S_2, \\ (3) \quad & ma = S_1 - K, \\ (4) \quad & ma = K - S_2. \end{aligned}$$

Ez a négy egyenlet hat ismeretlent tartalmaz (A_1 , A_2 , a , S_1 , S_2 , K). A hiányzó két egyenletet a két súrlódó felület mentén a súrlódási erők, illetve kényszerfeltételek adják meg.

Tegyük fel, hogy az m_2 tömegű test csúszik az M_2 tömegű testen. A súrlódási erő

$$S_2 = \mu mg,$$

azaz (2)-ből

$$A_2 = \frac{\mu mg}{M}.$$

A (3) és (4) egyenlet összegéből viszont

$$a = \frac{S_1 - S_2}{m} = \frac{S_1 - \mu mg}{m}.$$

Mivel S_1 nem lehet nagyobb mint μmg , azt kapjuk, hogy a felső testek gyorsulása nulla, emiatt A_2 is nulla, ami viszont ellentmondásban van a csúszás feltételével, azaz hogy $A_2 = \mu mg/M$. A hátsó testek tehát nem csúszhatnak egymáson. Az egyenletrendszer ötödik egyenlete így:

$$(5) \quad a = A_2.$$

A hatodik egyenlet attól függ, hogy az m_1 és M_1 tömegű testek között csúszás vagy tapadás van:

$$\begin{aligned} (6a) \quad & \text{tapadás esetén} \quad a = A_1 \quad (S_1 \leq \mu mg), \\ (6b) \quad & \text{csúszásnál} \quad S_1 = \mu mg \quad (a \leq A_1), \end{aligned}$$

ahol a zárójelben a tapadás, illetve a csúszás feltételét kifejező egyenlőtlenség szerepel. Határesetben a (6a) és (6b) egyenlet egyszerre áll fenn, azaz a feltételek egyenlőségekbe mennek át. Az így kapott, hét egyenletből álló egyenletrendszer hetedik ismeretlene a μ_0 határ súrlódási együttható, amelynél nagyobb μ -re tapad, kisebbre csúszik az első két test egymáson. A határ súrlódási együttható az egyenletrendszerből kifejezhető:

$$\mu_0 = \frac{F(2m + M)}{2mg(M + m)}.$$

Ha $\mu \geq \mu_0$, a mozgást az (1), (2), (3), (4), (5), (6a) egyenletrendszer írja le, a gyorsulások ekkor:

$$a = A_1 = A_2 = \frac{F}{2(m + M)}.$$

Ha $\mu \leq \mu_0$, az (1), (2), (3), (4), (5), (6b) egyenletrendszert kell megoldani, ekkor:

$$a = A_2 = \frac{\mu mg}{2m + M}, \quad A_1 = \frac{F - \mu mg}{M}.$$

Szegedi Ervin (Jászberény, Lehel Vezér Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján