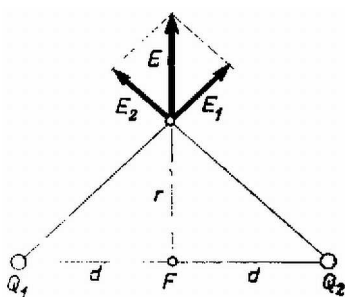


I. megoldás. A probléma hengersizmetriája miatt elegendő a két töltést tartalmazó tetszőleges síkban elvégezni a számításokat.

Legyenek a töltések Q_1 és Q_2 ($Q_1 = Q_2$), a létrehozott térerősségük E_1 és E_2 (a töltéseket összekötő szakasz felező merőlegesén $|E_1| = |E_2|$), s jelöljük r -rel az F felezőponttól a felező merőlegesen mért távolságot.



A felező merőlegesen az egyes töltések által létrehozott térerősség nagysága:

$$(1) \quad |E_1| = |E_2| = \frac{kQ}{r^2 + d^2}.$$

Az eredő térerősség nagysága a vektoriális összegezésből:

$$(2) \quad |E(r)| = |E_1| \frac{2r}{\sqrt{r^2 + d^2}},$$

$$(3) \quad |E(r)| = \frac{2kQr}{(r^2 + d^2)^{3/2}},$$

iránya az ábrán látható.

Mivel $E(r)$ az $r > 0$ tartományban r -től függetlenül egy irányú, és $E(r)$ a végtelenben nullához tart, ha a (3) függvénynek csupán egy szélsőértéke van, az csak maximum lehet.

Az első derivált

$$(4) \quad \frac{d|E|}{dr} = \frac{2kQ}{(r^2 + d^2)^{5/2}} (d^2 - 2r^2).$$

Az $r > 0$ tartományban a derivált csak az $r = d\sqrt{2}/2$ helyen nulla, itt a derivált függvény előjelet is vált. Ez tehát a maximumhely.

A térbeli problémára visszatérve, a térerősség maximális értékét – a két töltést összekötő szakasz felezőpontján átmenő merőleges síkon – egy F középpontú, $r = d\sqrt{2}/2$ sugarú körön veszi fel. A térerősség maximális értéke itt:

$$(5) \quad E_{\max} = \frac{4\sqrt{3}}{9} \frac{Q}{d^2}.$$

II. megoldás. A legtöbb elektromosságtani példánál előnyösebb potenciálokkal számolni, hiszen ezek a szuperpozíció elve szerint skálárisan adódnak össze, s így a bonyolultabb vektoriális összegzést elkerülhetjük. A potenciál gradiensének képzésével (egyenestől történő vizsgálatkor ez az első derivált) a térerősséget kapjuk.

Az I. megoldásban alkalmazott jelölésekkel:

$$U_1 = U_2 = -\frac{kQ}{\sqrt{r^2 + d^2}} \quad (6) \quad U = U_1 + U_2 = -\frac{2kQ}{\sqrt{r^2 + d^2}}, \quad (7)$$

ahonnan

$$(8) \quad E(r) = \frac{dU}{dr} = \frac{2kQr}{(r^2 + d^2)^{3/2}},$$

A maximumhely megkeresése (matematikai probléma) innen már azonos az I. megoldásban mondottakkal.

Lukács Gábor (Budapest, Apáczai Cs. J. Gyak. Gimn., IV. o. t.)