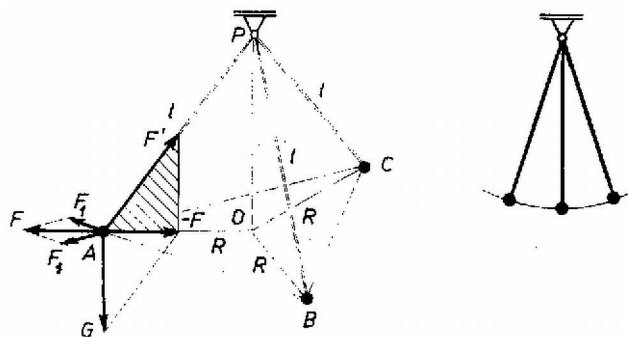


Mivel a gömbök töltése, tömege és a fonalak hossza megegyezik, a három gömb egy vízszintes síkú szabályos háromszög csúsaiban helyezkedik el. Vizsgáljuk meg az egyik gömbre ható erőket!

Két gömb távolsága $R\sqrt{3}$, így a köztük ható taszító erő $F_1 = k \cdot Q^2/3R^2$.



Bármely gömbre a másik kettő taszító ereje hat, ezek eredője a vektorháromszögből

$$F = F_1 \cdot \sqrt{3} = \frac{kQ^2}{R^2} \frac{\sqrt{3}}{3}$$

nagyságú, hatásvonala a kör középpontján megy át.

Hat még a gömb G súlyereje és valamekkora F' fonálerő. Mivel a gömbök egyensúlyban vannak, F' és G eredője F nagyságú és vele ellentétes irányú. Megszerkesztetve F' és G eredőjét, láthatjuk, hogy a vonalkázott vektorháromszög és az AOP háromszög hasonló, így

$$\frac{F}{G} = \frac{AO}{PO}, \quad \frac{k(Q^2/R^2)(\sqrt{3}/3)}{G} = \frac{R}{\sqrt{l^2 - R^2}}.$$

Rendezve

$$3G^2R^6 + k^2Q^4R^2 - k^2Q^4l^2 = 0.$$

Ez egy harmadfokúra redukálható hatodfokú egyenlet, amely Cardano-képlettel vagy közelítő módszerekkel megoldható. Az adatokat MKSA egységekben behelyettesítve az alábbi egyenletet kapjuk:

$$3 \cdot 10^{12}R^6 + R^2 - 4 \cdot 10^{-2} = 0.$$

A pozitív R^2 -es tagot elhagyva

$$3 \cdot 10^{12}R^6 - 4 \cdot 10^{-2} < 0, \text{ így } R < 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

Ezért az egyenletet

$$3 \cdot 10^{12}R^6 = 4 \cdot 10^{-2} - R^2$$

alakban átrendezve, az egyenlet pozitív gyöke így becsülhető:

$$4 \cdot 10^{-2} - (4,9 \cdot 10^{-3})^2 < 3 \cdot 10^{12}R^6 < 4 \cdot 10^{-2},$$

ahonnan

$$R \approx 4,87 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4,87 \text{ mm.}$$

Turschl József (Bátaszék, Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. A vizsgált stabil egyensúlyi helyzeten kívül van egy olyan instabil egyensúlyi helyzet is, amikor a golyók a felfüggesztési ponton átmenő függőleges síkban helyezkednek el.

Eredményünk csak akkor érvényes, ha a gömbök nem érnek össze, vagyis sugaruk $R\sqrt{3/2}$ -nél nagyobb.

Pálffy László (Pécs, Széchenyi I. Gimn., IV. o. t.)

2. A feladat szövegének angol nyelvű fordításában $Q = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ érték szerepel. Ezzel az értékkel számolva $r = 10 \text{ cm}$. Az előbbi elhanyagolás ebben az esetben már nem engedhető meg.