

Tekintsük először a párhuzamosan kapcsolt R_1 és R_2 ellenállás esetét! Tegyük fel, hogy az egyes ellenállásokon I_1 és I_2 áram folyik, és $I_1 + I_2 = I$. Az ellenállásokon időegység alatt termelt hő

$$Q = k(P_1 + P_2) = (I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2) = k[I_1^2 R_1 + (I - I_1)^2 R_2].$$

Adott I mellett a Q I_1 függvényében változik. Szélsőértéke ott lesz, ahol a Q I_1 szerinti deriváltja eltűnik, azaz

$$\begin{aligned} 2kI_1 R_1 - 2k(I - I_1)R_2 &= 0, \\ I_1 R_1 &= I_2 R_2. \end{aligned}$$

Ez megegyezik a kiszabott törvényekből kapható árameloszlással. A kapott szélsőérték hely minimum, mert a Q kifejezésben I_1^2 együtthatója pozitív.

Hasonlóan okosodhatunk sorba kötött ellenállások esetében is. Legyenek az egyes feszültségek U_1 , ill. U_2 , és $U_1 + U_2 = U$. A termelt hőteljesítmény

$$Q = k \left(\frac{U_1^2}{R_1} + \frac{U_2^2}{R_2} \right) = k \left(\frac{U_1^2}{R_1} + \frac{(U - U_1)^2}{R_2} \right).$$

Ennek a másodfokú függvénynek ott van minimuma, ahol

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U - U_1}{R_2} = \frac{U_2}{R_2}.$$

A kapott feltétel megint megegyezik a valóságossal.

Kondenzátoroknál egy kicsit más a helyzet. Ideális kondenzátorok ohmos ellenállása végtelen, ezért nem termelődik bennük hő. Vizsgáljuk ezért a bennük felhalmozott energiát! Párhuzamosan kötött kondenzátorok esetén legyen az egyes kapacitások töltése Q_1 és Q_2 , az összegük Q és a tárolt energia W :

$$W = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{Q_2^2}{C_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{(Q - Q_1)^2}{C_2} \right).$$

W minimális, ha

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}.$$

Ez megfelel a valóságban kialakuló töltéseloszlásnak.

Sorosan kötött kondenzátorok esetén $Q_1 = Q_2$, tehát a feszültségekből kell kiindulnunk. Ezek legyenek U_1 , U_2 és $U_1 + U_2 = U$.

$$W = (1/2)(U_1^2 C_1 + U_2^2 C_2) = (1/2)[U_1^2 C_1 + (U - U_1)^2 C_2].$$

W akkor minimális, ha

$$U_1 C_1 = (U - U_1) C_2 = U_2 C_2, \quad Q_1 = Q_2.$$

Tehát kondenzátorok esetében párhuzamos kapcsolásnál a töltés, soros kapcsolásnál a feszültség úgy oszlik meg, hogy a kondenzátorokban felhalmozott energia minimális.

Bicsák István (Zalaegerszeg, Ságvári E. Gimn., IV. o. t)

Megjegyzés. Sok megoldó számolt kondenzátorok esetén váltóárammal. A C kapacitású kondenzátor váltóáramú ellenállása $1/\omega C$, így formálisan alkalmazhatók az ellenállásoknál kapott kifejezések. Ezek a megoldók a hibát ott követték el, hogy az $U \cdot I$ mennyiséget azonosították a rendszerben keletkezett hőteljesítménnyel. Váltóáram esetén a hatásos (wattos) teljesítmény $UI \cdot \cos \varphi$, ez az a teljesítmény, ami hővé alakulhat. De ideális kondenzátorok esetén $\varphi = 90^\circ$, tehát $\cos \varphi = 0$, így nincs hőfejlődés.