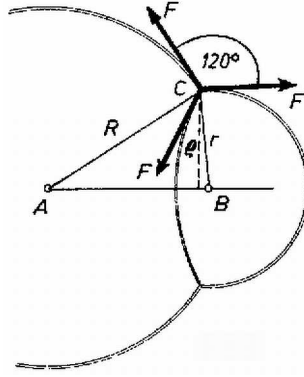


A buborékok összetapadása után kialakuló körhöz három szappanhártya-felület csatlakozik.



1. ábra

A körív egy kicsiny Δs hosszúságú darabjára három erő hat, mindegyik

$$\Delta F = \Delta s \cdot \alpha$$

nagyságú, hiszen az α felületi feszültség definíció szerint a hosszegységenként ható erőt jelenti. Mivel mindhárom szappanhártya ugyanabból az anyagból van, a három erő azonos nagyságú. Egyensúly esetén ezek az erők 120° -os szöget kell, hogy bezárjanak egymással, vagyis az 1. ábrán látható $\angle BCA = 60^\circ$. Írjuk fel a cosinus-, majd a sinus-tételt az ABC háromszögre:

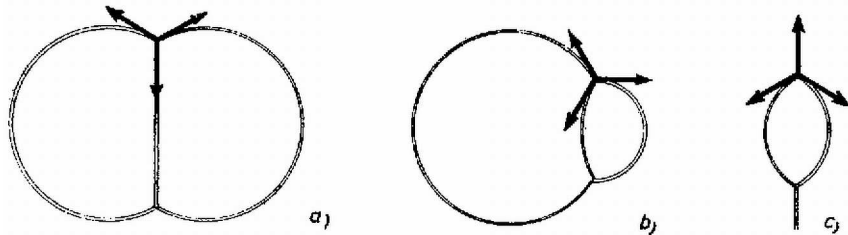
$$AB = \sqrt{R^2 - 2Rr \cos 60^\circ + r^2} = \sqrt{R^2 - Rr + r^2},$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 60^\circ} = \frac{r}{AB}.$$

Mivel a keresett sugár $\rho = R \cdot \sin \alpha$ alapján számítható, a fenti képletekből

$$\rho = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{Rr}{\sqrt{R^2 - Rr + r^2}}$$

adódik.



2. ábra

Érdemes megvizsgálni néhány speciális esetet (2. ábra):

a) Ha $R = r$, akkor $\rho = \frac{\sqrt{3}}{2} R$. Ilyenkor az elválasztó felület sík.

b) Ha $R = 2r$, akkor $\rho = r$. Ebben az esetben a kisebb buborék éppen félig olvad bele a nagyobbikba, és az elválasztó felület a nagyobbik buborékkal azonos görbületi sugarú, de ellentétes irányú.

c) $R \gg r$, ilyenkor az elválasztó felület görbülete a kisebb gömb görbületével egyezik meg.

Vladár Károly (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Sok versenyző a szappanfelületek minimumtulajdonságát kihasználva akarta megoldani a feladatot. Adott R és r mellett meghatározták azt a ρ értéket, amelyre a teljes felület minimális.

Egy rendszer stabil egyensúlyi helyzetében a potenciális energia minimális, de ez a feltétel csak akkor helyettesíthető a legkisebb felület megkeresésének problémájával, ha a felületi feszültségből adódó energia mellett minden más energia elhanyagolható. Ez szabad (nem zárt) felületekre valóban teljesül, de buborékokra már nem. Ezeknél a felületi energiához hozzá kell adnunk a bezárt gáz összenyomásából adódó energiát is. Ha erről elfeledkezünk, akkor pl. egyetlen buborék egyensúlyi méretére is $R = 0$ adódna, hiszen ekkor legkisebb a felület.