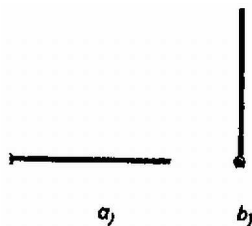


A csapágyerő meghatározását két lépésben végezzük el. Először kiszámítjuk a rúd szögsebességét a legalsó helyzetben való áthaladáskor, majd ennek ismeretében a csapágyerőt.



Használjuk az energiamegmaradás törvényét! A rúd helyzeti energiájának megváltozása a súlypont magasságának h változásával kifejezve:

$$E_p = mg \cdot h,$$

ha m a rúd tömege, g a nehézségi gyorsulás. Az ω szögsebességgel egyik vége körül forgó, Θ tehetetlenségi nyomatékú rúd mozgási energiája

$$E_k = (1/2)\Theta\omega^2.$$

Az $E_p = E_k$ feltételből kapjuk a szögsebességet:

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{\Theta}}.$$

Figyelembe véve, hogy egy l hosszúságú rúd végpontjára vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = (1/3)ml^2$, és hogy a súlypont magasságának változása az a) esetben $l/2$, a b) esetben l , azért

$$a) \ \omega = \sqrt{3g/l}, \quad b) \ \omega = \sqrt{6g/l}.$$

Az F csapágyerő és a súlyerő eredője a centripetális erő, amely a rúd tömegközéppontját körpályán tartja. Ezért

$$F - mg = m \cdot (l/2) \cdot \omega^2.$$

Tehát az egyes esetekben a következőt kapjuk:

$$a) \ F = (3/2)mg = 2,5 \ mg, \quad b) \ F = 3mg + mg = 4mg.$$

A csapágy eltörése előtti pillanatban a rúd tömegközéppontjának $v = (l/2)\omega$ sebessége volt. A szabadrá válás rövid ideje alatt a rúdra véges erők hatnak, így ezalatt mozgásállapota nem változik; másrészt az impulzusmomentum megmaradási törvénye miatt a rúd a továbbiakban az ω szögsebességű forgást megtartja. Ennek alapján mondhatjuk, hogy a rúd tömegközéppontja mindkét esetben v sebességgel induló vízszintes hajlításnak megfelelő pályán fog mozogni, miközben a rúd a tömegközéppont körül ω szögsebességgel egyenletesen forog.

Ábrahám Tibor (Eger, Gárdonyi G. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A megoldók közül néhányan az eredményt az integrálszámítás eszközeivel számították ki. Az egyszerűbb módszerekkel megoldható problémáknál a bonyolultabb eljárás – matematikai szépsége ellenére is – kevésbé értékes.