

A rendszer súlypontjának mozgását a külső erők határozzák meg. Mivel súrlódás nincs, a rendszerre ható külső erők (nehézségi erők, a síkra merőleges kényszererők) mind függőleges irányúak, s így a súlypont vízszinten irányban nem mozdul el.

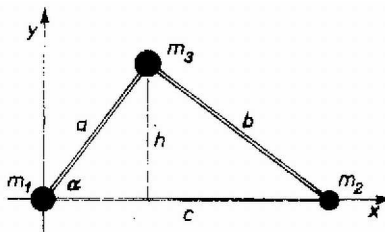
A súlypont az a pont, amelyre nézve a nehézségi erők forgatónyomatéka nulla. Ha vízszintes koordinátáját x_s -sel jelöljük,

$$m_1(x_1 - x_s) + m_2(x_2 - x_s) + m_3(x_3 - x_s) = 0,$$

illetve rendezés után:

$$m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 = (m_1 + m_2 + m_3)x_s.$$

Mivel x_s , és így az egyenlet jobb oldala a mozgás során állandó, a bal oldal kezdeti, illetve végső koordinátákkal számolt értékei egyenlők.



Kezdetben (l. az ábrát):

$$x_{10} = 0, \quad x_{20} = c, \quad x_{30} = a \cos \alpha = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2ac} \cdot a$$

($\cos \alpha$ a cosinus-tétel segítségével kapható meg).

Becsapódáskor:

$$x_1 = x_3 - a, \quad x_2 = x_3 + b.$$

Felírjuk az egyenlőséget

$$\begin{aligned} m_1(x_3 - a) + m_2(x_3 + b) + m_3x_3 &= \\ &= m_2c + m_3 \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c}. \end{aligned}$$

Ebből x_3 meghatározható. Az m_3 tömegű test vízszintes elmozdulása:

$$\Delta x_3 = x_3 - x_{30} = \frac{m_1[b^2 - (a - c)^2] + m_2[(c - b)^2 - a^2]}{2c(m_1 + m_2 + m_3)}.$$

Számadatainkkal:

$$x_3 = 0,2 \text{ dm},$$

azaz az m_3 tömegű test 0,2 dm-t mozdul el vízszintes irányban, az m_2 tömegű test felé.

Minthogy a külső erők függőlegesek, a rendszer vízszintes irányú összimpulzusa állandó. Kezdetben nulla volt, így a mozgás során

$$m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3 = 0.$$

Az m_3 tömegű test becsapódáskor a három test vízszintes irányú sebessége egyenlő kell hogy legyen, mivel az összekötő merev rudak ekkor vízszintesek. Az összes vízszintes irányú impulzus

$$(m_1 + m_2 + m_3)v = 0,$$

s így becsapódáskor egyik testnek sincs vízszintes irányú sebessége. Az energia-tétel igen egyszerű alakot ölt. Kezdetben csak az m_3 tömegű testnek volt helyzeti energiája, a végén pedig csak annak van mozgási energiája, így

$$(1/2)m_3v^2 = m_3gh, \text{ ahonnan } v = \sqrt{2gh}.$$

A h kezdeti magasságot Heron-képletével határozhatjuk meg.

$$h = \frac{2T}{c} = \frac{2}{c} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

ahol $s = (1/2)(a + b + c)$.

Számadatainkkal:

$$v = 2,18 \text{ m/s}.$$