

Legyen a golyók tömege m , a mozgó golyó sebessége az ütközés előtt $\mathbf{v}$, legyenek az ütközés utáni sebességek $\mathbf{w}_1$ és $\mathbf{w}_2$.

A rugalmas ütközésre alkalmazott impulzus – és energiamegmaradás törvényének segítségével közvetlenül belátható $\mathbf{w}_1$ és $\mathbf{w}_2$ merőlegessége:

$$(1) \quad m\mathbf{v} = m\mathbf{w}_1 + m\mathbf{w}_2, \quad \text{így} \quad \mathbf{v} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2,$$

$$(2) \quad (1/2)m\mathbf{v}^2 = (1/2)m\mathbf{w}_1^2 + (1/2)m\mathbf{w}_2^2, \quad \text{így} \quad \mathbf{v}^2 = \mathbf{w}_1^2 + \mathbf{w}_2^2.$$

Az (1) vektoregyenlet alapján a $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}_1$ és $\mathbf{w}_2$ vektorok egy háromszög oldalai. A háromszög oldalaira fennáll a (2) összefüggés, azért a Pythagoras-tétel folytán a háromszög derékszögű, és befogói az ütközés utáni sebességek.

A feladat geometriai megfontolás nélkül is megoldható. Az (1) és (2) egyenletekből együttesen következik:

$$\mathbf{v}^2 = (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2)^2 = \mathbf{w}_1^2 + \mathbf{w}_2^2.$$

ahonnan

$$(3) \quad 2\mathbf{w}_1\mathbf{w}_2 = 0.$$

Két nem nulla vektor skaláris szorzata pedig csak akkor nulla, ha azok merőlegesek egymásra.

Meszéna Géza (Bp., Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A megoldás ferde ütközésre vonatkozik. Centrális ütközésnél – szimmetriaokokból – a sebességek csak párhuzamosak lehetnek, tehát a (3) egyenletből következik, hogy az egyik ütközés utáni sebesség nulla. Ekkor nincs értelme szögről beszélni.