

A két kondenzátor párhuzamos kapcsolása után U feszültség alakul ki úgy, hogy az egyik kondenzátorról a másikra ΔQ töltés áramlik át. Egyensúly csak energiaveszteség révén jöhet létre, különben a töltések csillapítatlan rezgőmozgást végeznének. Az energia hő, ill. elektromágneses sugárzás formájában távozik a rendszerből.

A töltésmegmaradás elvét alkalmazva igazak a következő egyenletek:

$$(1) \quad Q_1 - \Delta Q = C_1 U, \quad Q_2 + \Delta Q = C_2 U,$$

ahol $Q_1 = C_1 U_1$, $Q_2 = C_2 U_2$ a kondenzátorokon a kiindulási állapotban levő töltések.

Az egyenletek megoldása:

$$(2) \quad U = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2}, \quad \Delta Q = \frac{C_2 Q_1 - C_1 Q_2}{C_1 + C_2}.$$

Természetesen igaz az energiamegmaradás is, csak figyelembe kell venni a ΔQ töltés átáramlásakor felszabaduló W energiát. Így az energiamegmaradás helyes megfogalmazása:

$$(3) \quad E_1 + E_2 = E + W.$$

Egy olyan pillanatban, amikor már ΔQ töltés átáramlott és a kondenzátorok pillanatnyi feszültsége

$$(4) \quad U_1^* = U_1 - \frac{Q}{C_1}, \quad U_2^* = U_2 + \frac{Q}{C_2},$$

a dQ elemi töltés átvitelekor felszabaduló energia:

$$dW = (U_1^* - U_2^*) dQ = \left[U_1 - U_2 - Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right] dQ,$$

ahonnan

$$W = \int_0^{\Delta Q} \left[U_1 - U_2 - Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right] dQ = \Delta Q (U_1 - U_2) - \frac{(\Delta Q)^2}{2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right).$$

ΔQ értékét beírva és felhasználva a $Q_1 = C_1 U_1$ és $Q_2 = C_2 U_2$ összefüggéseket kapjuk, hogy

$$(5) \quad W = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (U_1 - U_2)^2,$$

majd (3)-ba visszahelyettesítve:

$$(6) \quad \frac{1}{2} C_1 U_1^2 + \frac{1}{2} C_2 U_2^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) U^2 + \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (U_1 - U_2)^2, \quad U = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2},$$

ami ismét a helyes eredmény.

Könnyen belátható, hogy a kitűzésben szereplő U' és a helyes U érték között fennáll az $U \leq U'$ egyenlőtlenség, ami szintén az energiaveszteségre utal. $U = U'$ akkor és csak akkor, ha $U_1 = U_2$, vagyis ha az egyensúly eleve adott, azaz töltésáramlás nem jön létre.

Bari Ferenc (Csongrád, Batsányi. J. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A fenti megoldás fordított polaritású kapcsolásnál is igaz. A kitűzésben szereplő megoldás helytelensége azonnal belátható, ha a $C_1 = C_2$, $U_1 = U_0$, $U_2 = -U_0$ adatokra alkalmazzuk. A hibás megoldásból ekkor $U = U_0$ közös feszültség adódik, holott nyilvánvalóan mindkét kondenzátor kívül és $U = 0$.

Hadik György (Makó, József A. Gimn., IV. o. t.)