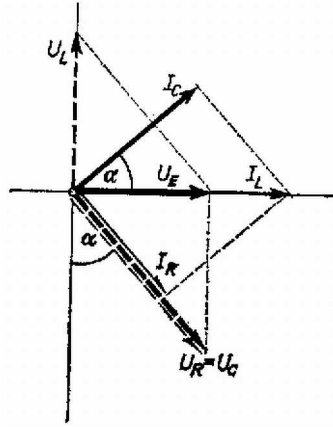


I. megoldás. Rajzoljuk fel a feszültségek és az áramok vektorábráját!



Legyen I_L , a tekercsen átfolyó áram, a viszonyítási alap. Ehhez képest U_L 90° -ot siet. I_R fázisban van U_R -rel, amely egyben a kondenzátor feszültsége is ($U_R = U_C$). I_C 90° -ot siet U_C -hez képest. I_R és I_C összegének a csomóponttörvény értelmében I_L -et kell adnia.

Az ellenállásra, ill. a kondenzátorra eső feszültség:

$$(1) \quad U_R = I_R \cdot R = I_C \cdot X_C.$$

A tekercsre eső feszültség:

$$(2) \quad U_L = I_L \cdot X_L, \text{ ahol}$$

$$(3) \quad I_L^2 = I_C^2 + I_R^2.$$

Ha a tápláló feszültség fázisban van I_L -vel, az I_L -re merőleges feszültségkomponensek összege 0. Ezt az

$$(4) \quad U_L = U_R \cdot \cos \alpha = U_R \cdot (I_C / I_L)$$

egyenlettel fejezhetjük ki.

(2) és (4) összevetéséből:

$$(5) \quad U_R \cdot (I_C / I_L) = I_L \cdot X_L,$$

$$I_L^2 = \frac{U_R I_C}{X_L} = \frac{U_R^2}{X_L \cdot X_C}.$$

(5) és (1) felhasználásával (3) így alakul:

$$\frac{U_R^2}{X_L X_C} = \frac{U_R^2}{X_C^2} + \frac{U_R^2}{R^2},$$

innen

$$R^2 = \frac{X_L X_C^2}{X_C - X_L}.$$

Mivel $X_L = \omega L$ és $X_C = 1/\omega C$,

$$R^2 = \frac{L/\omega C^2}{1/\omega C - \omega L} = \frac{L}{C} \frac{1}{1 - \omega^2 LC},$$

így

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}}.$$

Az L , C és R értékekre tehát teljesülnie kell az $\frac{1}{LC} \geq \frac{1}{R^2 C^2}$ azaz $R \geq \sqrt{\frac{L}{C}}$ feltételnek.

Ha $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ áll fenn, $\omega = 0$, azaz csak egyenáram esetén lesz „fázisban” a főáramkörben keringő áram a tápláló feszültséggel. Az eredő feszültség

$$U_E = U_R \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = U_R \frac{I_R}{I_L} = U_L \frac{I_L}{I_C} \cdot \frac{I_R}{I_L} = I_L X_L \cdot \frac{U_R / R}{U_R / X_C} = \frac{I_L X_L X_C}{R} = \frac{I_L L}{C R}.$$

Az eredő impedancia tehát

$$Z = \frac{U_E}{I_L} = \frac{L}{CR}.$$

Szabó Zoltán (Bp., Apáczai Csere J. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Az egyes áramköri elemek komplex impedanciái: $X_C = 1/i\omega C$, $X_R = R$, $X_L = i\omega L$ (ω a generátor körfrekvenciája, $i = \sqrt{-1}$).

Mivel a sorbakapcsolt elemek impedanciái összeadódnak, párhuzamos kapcsolásnál pedig a reciprok impedanciák összege adja az eredő impedancia reciprokát, áramkörünk komplex eredő impedanciája:

$$Z = \frac{1}{1/R + i\omega C} + i\omega L = \frac{1/R - i\omega C}{1/R^2 + \omega^2 C^2} + i\omega L = \frac{R}{1 + R^2\omega^2 C^2} + i\frac{\omega L + \omega^3 R^2 LC^2 - R^2\omega C}{1 + R^2\omega^2 C^2}.$$

A főáramkörben keringő áram akkor lesz fázisban a tápláló feszültséggel, ha Z valós szám, azaz a képzetes része zérus, vagyis

$$\omega L + \omega^3 R^2 LC^2 - R^2\omega C = 0.$$

$\omega = 0$ esetén egyenáram folyik.

Ha $\omega \neq 0$, akkor kapjuk:

$$R^2 LC^2 \omega^2 + L - R^2 C = 0.$$

Innen

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}}.$$

Az eredő impedancia

$$Z = \frac{R}{1 + R^2\omega^2 C^2} = \frac{R}{1 + R^2 C^2 (1/LC - 1/R^2 C^2)} = \frac{L}{RC}.$$

Pach János (Bp., Veres Pálné Gimn., IV. o. t.)