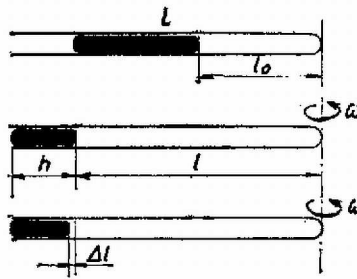


Ahhoz, hogy a levegőoszlop 0,4 m lehessen, a higany felének ki kell folynia. A csőben maradt higany ω szögsebességgel körpályán mozog. Az ehhez szükséges $Ah\rho\omega^2 \left(l + \frac{h}{2}\right)$ centripetális erőt (h a higany hossza, ρ a sűrűsége, l a levegőoszlop hossza, $l + h/2$ a higany súlypontjának pályasugara, A a cső keresztmetszete) a külső p_0 és a belső $p_0 \frac{l_0}{l}$ (l_0 a levegőoszlop eredeti hossza) nyomásokból származó erők eredője adja:



$$A \cdot p_0 \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) = Ah\rho\omega^2 \left(l + \frac{h}{2}\right),$$

innen

$$(1) \quad p_0 \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) = h\rho\omega^2 \left(l + \frac{h}{2}\right),$$

$$\omega = \sqrt{\frac{p_0 \left(1 - \frac{l_0}{l}\right)}{h\rho \left(l + \frac{h}{2}\right)}}.$$

Adatainkat behelyettesítve $\omega = 9,04 \text{ s}^{-1}$ adódik. Vizsgáljuk meg a kapott egyensúlyi helyzet stabilitását. Tegyük fel, hogy a higany valami miatt elmozdul befelé! Ekkor a bezárt levegő nyomása az egyensúlyihoz képest nő, ugyanakkor a higany pályán tartásához szükséges centripetális erő csökken, tehát a belső nyomás növekedéséből adódó „erőfölösleg” kifelé, azaz az egyensúlyi helyzet felé mozdítja a higanyt. Most tegyük fel, hogy a higany az egyensúlyból kifelé mozdul el, és tegyük fel, hogy ez az elmozdulás olyan kicsi, hogy nem cseppen ki higany (pl. a felületi feszültség megakadályozza)! Ebben az esetben a belső nyomás csökken, a külső és a belső nyomás különbsége nő. Az ebből adódó befelé mutató erőnövekedés

$$\Delta F = Ap_0 \cdot \left(\frac{l_0}{l} - \frac{l_0}{l + \Delta l}\right),$$

ahol Δl az elmozdulás. Ugyanakkor a higany súlypontja Δl -el nagyobb sugarú pályára kerül, tehát a szükséges centripetális erő növekedése $F_{cp} = h\rho\omega^2 \Delta l A$. Ahhoz, hogy a higany visszajusson az egyensúlyi helyzetbe

$$(2) \quad \Delta F > \Delta F_{cp}, \quad \text{azaz}$$

$$p_0 \frac{l_0 \Delta l}{l(l + \Delta l)} > h\rho\omega^2 \Delta l \quad \text{szükséges.}$$

Egyszerűsítsünk Δl -el és szorozzuk mindkét oldalt $l + \Delta l$ -el, így kapjuk:

$$(3) \quad p_0 \frac{l_0}{l} > h\rho\omega^2 (l + \Delta l).$$

Használjuk ki, hogy $\frac{l_0}{l} = 0,5$, azaz $p_0 \frac{l_0}{l} = p_0 \left(1 - \frac{l_0}{l}\right)$. Így (3) bal oldalába (1) jobb oldalát írhatjuk, tehát az alábbi feltételt nyerjük:

$$h\rho\omega^2 \left(l + \frac{h}{2}\right) > h\rho\omega^2 (l + \Delta l).$$

Ez viszont teljesül, mert feltételezésünk szerint Δl elég kicsi. Az egyensúly tehát stabil. Ha az elmozdulás akkora, hogy higany kicsöppen, a stabilitás (2) feltétele nyilvánvalóan teljesül: ekkor ugyanis ΔF_{cp} negatív, mert $h - \Delta l$ hosszúságú higanyoszlop ugyanolyan pályán mozog, mint az elmozdulás előtt, de nem kell „gondoskodni” a hiányzó Δl hosszúságú darab pályán tartásáról.

Ditrói Gyula (Győr, Révai M. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A számításoknál nem vettük figyelembe a Bernoulli-törvény hatását: a cső szája előtt a levegő áramlik, tehát ott a nyomás nem p_0 , hanem annál $\varrho_{\text{levegő}} \cdot (v^2/2) = \varrho_l \frac{L^2 \omega^2}{2}$ vel kevesebb. A felírt (1) egyenletben szereplő tagok nagyságrendje $\varrho_{\text{higany}} h \omega^2 \left(l + \frac{h}{2} \right)$. L , h és l azonos nagyságrendbe esnek, tehát a külső nyomás csökkenésének és az egyenletben szereplő tagok nagyságrendjének a viszonya $\varrho_l / \varrho_h \approx 10^{-4}$, így jogosan hanyagoltuk el ezt a hatást.