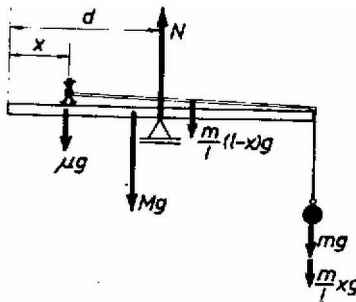


Jelölje μ , m , M rendre a bábu, a fonál és a nehezék, valamint a deszka tömegét. Írjuk fel a deszkára ható függőleges irányú erőket akkor, amikor a pontszerűnek tekintett bábu már x távolságra van eredeti helyétől (lásd az ábrát!).



Az egyensúly feltételéből két egyenlet írható fel:

a deszkára ható erők függőleges összetevői kiegyenlítik egymást:

$$(1) \quad N = \mu g + 2mg + Mg;$$

úgyszintén a deszka asztal felőli végpontjára felírt forgatónyomatékaik:

$$Nd = \mu gx + Mg \frac{l}{2} + \frac{mg}{l}$$

$$(2) \quad (l-x) \cdot \frac{l+x}{2} + \frac{mg}{l}(l+x) \cdot l.$$

Ebből a két egyenletből x -re nézve másodfokú egyenletet nyerünk:

$$\frac{m}{2l}x^2 - (m + \mu)x - M\left(\frac{l}{2} - d\right) - m\left(\frac{3l}{2} - 2d\right) + \mu d = 0.$$

Osszuk végig m -mel az egyenletet, és vezessük be egyszerűsítés céljából az $\alpha = \frac{\mu}{m}$, $\beta = \frac{M}{m}$ és $\gamma = \frac{d}{l}$ dimenzió nélküli mennyiségeket, így kapjuk:

$$\frac{1}{2l}x^2 - (1 + \alpha)x - \beta\left(\frac{1}{2} - \gamma\right) \cdot l - \left(\frac{3}{2} - 2\gamma\right) \cdot l + \alpha\gamma \cdot l = 0.$$

A megoldást nyilván az l -nél kisebb gyök szolgáltatja:

$$(3) \quad x = l \cdot \left\{ 1 + \alpha - \sqrt{(1 + \alpha)^2 - 2\gamma(2 + \alpha + \beta) + 3 + \beta} \right\}.$$

Annak a feltétele, hogy a deszka ne billenjen azonnal le, még mielőtt a bábu elindulna: $x \geq 0$, azaz (3)-ból

$$(4) \quad \gamma \geq \frac{3 + \beta}{2(2 + \alpha + \beta)} (\equiv \gamma_0).$$

A bábu csak akkor mehet végig a deszkán, ha $x \geq l$, azaz (3)-ból

$$(5) \quad \gamma \geq \frac{4 + 2\alpha + \beta}{2(2 + \alpha + \beta)} \left(\equiv \gamma^* = \gamma_0 + \frac{1 + 2\alpha}{2(2 + \alpha + \beta)} \right).$$

Numerikusan: $M = 55$ g, $\mu = 10$ g, $m = 1$ g, $l = 30$ cm, $d = 16$ cm.

A bevezetett paraméterek: $\alpha = 10$, $\beta = 55$, $\gamma = 8/15$, $\gamma_0 = 29/67$, $\gamma^* = 79/134$. Mivel $\gamma_0 < \gamma < \gamma^*$, ezért a bábu elmehet egy darabig a deszkán. Erre a távolságra (3)-ból $x = 18,9$ cm érték adódik. Folytonos mozgást feltételezve,

$$t = \frac{18,9 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} \cdot \frac{3}{4} \text{ s} = 28,35 \text{ s}$$

ideig tartózkodhat a bábu a deszkán. Ezalatt 37 lépést tesz meg. Az ezt követő lépésnél lebillen a palló.

Ábrahám Tibor (Eger, Gárdonyi G. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján