

Váltakozó áramú áramkörökben az impedancia vektorral jellemezhető. Mivel azonos feszültségre kapcsolt kondenzátoron és tekercsen az áram iránya ellentétes, az induktív és kapacitív ellenállások ellentétes irányú vektorok. A továbbiakban az induktív ellenállást pozitívnak, a kapacitív ellenállást negatívnak tekintjük.

A sorba kapcsolt soros és párhuzamos rezgőkör eredő impedanciája

$$Z = X_L + X_C + \frac{1}{1/X_L + 1/X_C}, \quad \text{ahol } X_L = \omega L, \quad X_C = -\frac{1}{\omega C}.$$

A $Z = 0$ -hoz tartozó frekvenciákat keressük, tehát ω -ra kell megoldanunk az X_L és X_C behelyettesítésével adódó

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} + \frac{1}{1/\omega L - \omega C} = 0$$

egyenletet. Rendezve

$$L^2 C^2 \omega^4 - 3LC\omega^2 + 1 = 0,$$

$$LC\omega^2 = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{\sqrt{5} \pm 1}{2}.$$

Tehát az a két frekvencia, melyen a rendszer ellenállása nulla

$$f_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{\sqrt{5} \pm 1}{4\pi}.$$

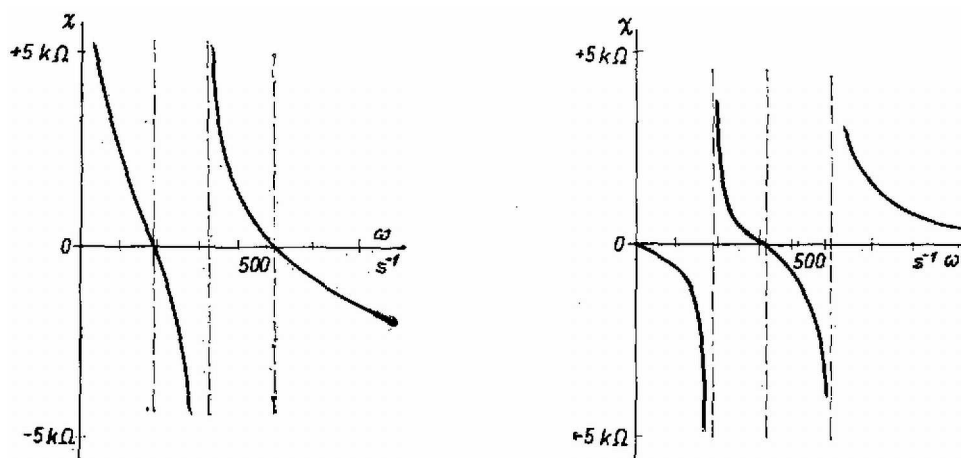
Éber Nándor (Bp., Móricz Zs. Gimn., VI. o. t.)

Megjegyzés. A kérdés feltehető úgy, hogy általában kérdezzük az impedancia függését ω körfrekvenciától. A számítást egyszerűsítheti az a körülmény, hogy párhuzamos rezgőkör a rezonanciafrekvencia alatt $L/(1 - \omega^2 LC)$ induktivitáshoz, fölötté $C(1 - 1/\omega^2 LC)$ kapacitáshoz hasonlóan viselkedik. Soros rezgőkör a rezonanciafrekvencia alatt $C/(1 - \omega^2 LC)$ kapacitáshoz, fölötté $L(1 - 1/\omega^2 LC)$ induktivitáshoz hasonlóan viselkedik. Ezekből az elemekből egyszerűen állítható össze a keresett kapcsolás impedanciája.

Az 1031. feladat kapcsolásának impedanciája mint a körfrekvencia függvénye:

$$X = \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{1 - 3\omega^2 LC + \omega^4 L^2 C^2}{1 - \omega^2 LC}.$$

Ábránk bal oldali rajza ezt a függést tünteti fel $L = 3,18$ henry és $C = 3,18 \mu F$ esetében.



A metszéspontok a gyökök:

$$\omega_{12} = \omega_r \cdot (\pm 1 + \sqrt{5})/2 = \omega_r \cdot \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}},$$

ahol $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$ a rezonanciafrekvencia.

Ha az 1031. feladat rezgőköreit párhuzamosan kapcsoljuk, akkor az impedancia

$$X = \omega L \cdot \frac{\omega^2 LC - 1}{1 - 3\omega^2 LC + \omega^4 L^2 C^2}.$$

Menetét ábránk jobb oldali rajza tünteti fel.

Gál Péter (Bp., Fazekas M. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján