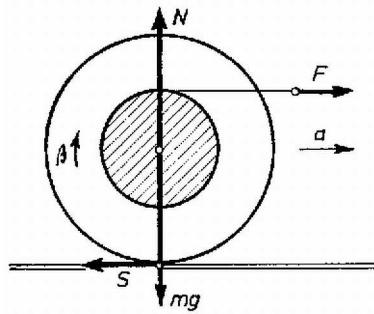


A henger síkbeli mozgást végez, így mozgása szétbomlik a súlypont haladó mozgására és a súlyponton átmenő tengely körüli forgásra. A megfelelő mozgásegyenletek (jelöléseket l. az ábrán):

$$F - S = ma, \quad N - mg = 0, \quad Fr + SR = \Theta\beta.$$



Hengerről lévén szó  $\Theta = (1/2)mR^2$ . A csúszásmentes gördülés szükséges feltétele:

$$a = R\beta.$$

Gördüléskor tapadási súrlódás lép föl, amelynek értéke nem lehet akármilyen nagy:

$$|S| < \mu_0 N.$$

Ez egyben a gördülés megvalósíthatóságának feltétele.

Az egyenleteket megoldva:

$$N = mg, \quad S = F \frac{R - 2r}{3R}, \quad a = \frac{F}{m} \frac{2(r + R)}{3R}.$$

A súrlódási együtthatóra vonatkozó feltétel:

$$\mu_0 \geq \frac{F}{3Rmg} (R - 2r).$$

A súrlódási erő pozitív (az ábrán berajzolt irányba mutat), ha  $r < R/2$ ; az ellenkező irányba, ha  $r > R/2$ . A feladatban megadott  $r = R/2$  éppen a határeset.

$$S = 0, \quad a = F/m, \quad \mu_0 \geq 0,$$

azaz a gördülés a súrlódási együttható tetszőleges értéke mellett megvalósítható.

*Drózdly Győző* (Bp., Apáczai Csere J. Gimn., III. o. t.) megoldása alapján

*Megjegyzés.* Tekintettel a nagyszámú hibás megoldásra, vizsgáljuk meg részletesen a gördülés feltételeit. Jelöljük a súlypont sebességét  $v$ -vel, a súlypont körüli forgás szögsebességét  $\omega$ -val. Ekkor a talajjal érintkező pont sebessége:

$$v - R\omega.$$

Hengerünk akkor gördül, ha ez a sebesség 0, azaz

$$v = R\omega.$$

Ebből következik az

$$a = R\beta$$

egyenlőség, míg fordítva nem. (Gondoljunk pl. a talajon súrlódás nélkül csúszó, forgó hengerre.) Sem a haladó, sem a forgó mozgás időben nem változik, azaz  $0 = a = R\beta$ , míg általában  $v \neq R\omega$ . Az  $a = R\beta$  összefüggés csak szükséges, de nem elegendő feltétel.

Gördüléskor tapadási súrlódási erő lép föl, amely nem lehet akármilyen nagy:

$$|S| \leq \mu_0 N.$$

$S$  értékét a mozgásegyenletek egyértelműen meghatározzák. Ha az így kapott értékre az egyenlőtlenség teljesül, a gördülés (megfelelő kezdeti sebességértékekkel) megvalósítható, egyébként nem.

Összefoglalva: a gördülés szükséges dinamikai feltételei:

$$a = R\beta \quad \text{és} \quad |S| \leq \mu_0 N.$$