

A téglára a súlyerő, a lejtő $K = mg \cos \alpha$ nagyságú nyomóereje és az adott F erő hat. E három erő eredőjének abszolút értéke:

$$F_e = \sqrt{(mg \sin \alpha)^2 + F^2},$$

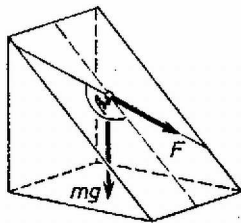
mivel az első két erő vektori összege lejtő irányú, nagysága: $mg \sin \alpha$. Nyugalmi helyzetben ezzel tart egyensúlyt a súrlódási erő, amelynek nagysága $S \leq \mu N$, ahol N a felületre merőleges nyomóerő abszolút értéke. Az egyensúly feltétele: $F_e = S \leq \mu N$, azaz

$$\sqrt{(mg \sin \alpha)^2 + F^2} \leq \mu mg \cos \alpha, \text{ ahonnan}$$

$$F \leq mg \sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}.$$

A maximális F erőt az egyenlőség határozza meg. A fentiekből az is látható, hogy a kívánt egyensúlyt megvalósító F létezéséhez szükséges feltétel: $\mu \geq \tan \alpha$, azaz, hogy a téglát a külső erő nélkül függetlenül nem kezd el csúszni.

Általánosabb esetben hadd legyen az F erő a lejtő síkjában, és legyen az esésvonallal bezárt szöge β (1. ábra).



1. ábra

A mozgatóerők eredője a cosinus tétel segítségével számítható:

$$F_e = \sqrt{F^2 + (mg \sin \alpha)^2 - 2 F mg \sin \alpha \cos \beta}.$$

A felületeket összenyomó erő továbbra is $N = mg \cos \alpha$ nagyságú. Az egyensúly feltétele: $F_e \leq \mu N$. F_e és N értékét behelyettesítve, négyzetreemeléssel kapjuk, hogy az egyensúly feltétele:

$$F^2 - 2 F mg \sin \alpha \cos \beta + m^2 g^2 (\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha) \leq 0.$$

A kapott egyenlőtlenség bal oldalán az F változó másodfokú függvénye áll, amelynek képe parabola, s a függvény grafikonja az

$$F_{1,2} = mg \left[\sin \alpha \cos \beta \pm \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + (\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} \right]$$

pontokban metszi az F tengelyt. Ezért az egyensúly feltétele:

$$mg \left[\sin \alpha \cos \beta - \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + (\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} \right] \leq$$

$$\leq F \leq mg \left[\sin \alpha \cos \beta + \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + (\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} \right].$$

(Természetesen $0 \leq F$.) Ahhoz, hogy ilyen F létezzék, az szükséges, hogy

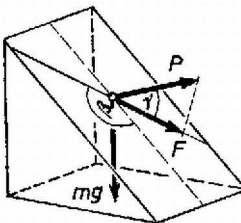
$$\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \geq 0, \text{ azaz}$$

$$\mu \geq \tan \alpha |\sin \beta|$$

legyen. A maximális erő

$$F = mg \left[\sin \alpha \cos \beta + \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + (\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} \right].$$

Tetszőleges P térbeli erőnél jelölje γ a lejtő síkja és az erő lejtőre eső vetülete, β a vetület és az esésvonal közti szöveget (2. ábra).



2. ábra

Ilyen jelölések mellett a megoldás ugyanúgy adódik, mint az előző esetben, ha F a lejtő síkjába eső komponenssel egyenlő ($F = P \cos \gamma$), és a megváltozott $N = mg \cos \alpha - P \sin \gamma$ nyomóerővel számolunk.