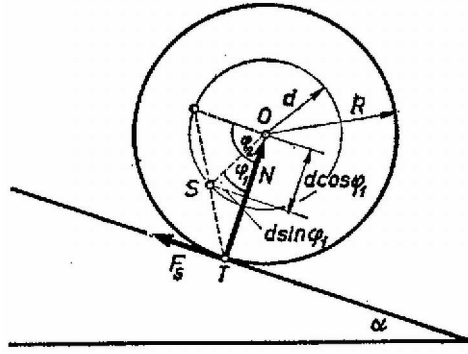


Legyen a henger súlypontja S , a geometriai középpontja O , a lejtővel érintkező pontja pedig T . Jellemezzük a henger helyzetét az $SOT \angle = \varphi$ szöggel! (L. az ábrát!)



Mivel a test általános esetben gyorsuló mozgást is végezhet, a forgatónyomaték-egyenletet csak a súlypontra írhatjuk fel, tehát a gördülés nélküli csúszás feltétele $\sum M_i = 0$. A G súlyerő hatásvonalát átmeny a súlyponton, tehát a feltétel szerint

$$N \cdot d \cdot \sin \varphi - F_s(R - d \cdot \cos \varphi) = 0.$$

Csúszás esetén $F_s = N \cdot \mu$, tehát

$$\begin{aligned} d \cdot \sin \varphi - \mu(R - d \cdot \cos \varphi) &= 0, \quad \text{ebből} \\ (\mu^2 + 1)d^2 \cdot \cos^2 \varphi - 2\mu^2 R \cdot d \cdot \cos \varphi + \mu^2 R^2 - d^2 &= 0. \end{aligned}$$

Az egyenletet $\cos \varphi$ -re megoldva kapjuk, hogy

$$\cos \varphi = \frac{\mu^2 R \pm \sqrt{\mu^4 R^2 - (\mu^2 + 1)(\mu^2 R^2 - d^2)}}{d \cdot (\mu^2 + 1)};$$

A feladat megoldhatóságához μ -nek két feltételt kell kielégítenie:

1.

$$\begin{aligned} \mu^4 R^2 - (\mu^2 + 1)(\mu^2 R^2 - d^2) &\geq 0, \\ \mu^2 &\leq \frac{d^2}{R^2 - d^2}. \end{aligned}$$

(Közben meggyőződhetünk arról, hogy a $|\cos \varphi| \leq 1$ feltétel is teljesül: a felfelé nyitott $(\mu^2 + 1)d^2 x^2 - 2\mu^2 R d x + \mu^2 R^2 - d^2$ parabolának az $x = \pm 1$ helyeken az értéke $\mu^2(R \mp d)^2 > 0$, tehát a nullhelyei csak a ± 1 között lehetnek.)

2. Annak, hogy egy test az α szögű lejtőn csússzék és ne álljon meg, a feltétele, hogy $G\mu \leq \tan \alpha$.

Tehát ha μ egyidejűleg mindkét feltételt kielégíti, a feladat megoldható.

Gulyás Ferenc (Csongrád, Batsányi J. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Sok megoldó úgy okoskodott, hogy ha a henger nem gördül, akkor $\sum M = 0$ bármely pontjára. Ez azonban azt jelentené, hogy $\sum F = 0$ (l. 1011. feladatot), azaz a henger egyenletes sebességgel csúszna a lejtőn. Ez viszont egy igen speciális megoldás, és csak a $\mu = \tan \alpha$ esetben valósítható meg. Gyorsuló mozgás esetén a forgatónyomaték-egyenletet csak a súlypontra vagy a pillanatnyi forgástengelyre írhatjuk fel. Példánkban a pillanatnyi forgástengely a végtelenben van, tehát csak egy lehetőségünk marad, a súlypont.