

Legyen az  $i$ -edik folyadékmennyiség térfogata  $t_0 = 0$  hőmérsékleten  $V_{i0}$ . Akkor  $V_i = V_{i0} \cdot (1 + \beta \cdot t_i)$ . Ha a  $V_i$  térfogatú folyadékot a keverés utáni  $t$  közös hőmérsékletre hűtjük (vagy melegítjük), a folyadék térfogatváltozása  $V'_i - V_i = \Delta V_i = V_{i0} \beta (t - t_i)$ . Így az egész folyadék térfogatváltozása az összekeverés során

$$\Delta V = \sum_{i=1}^n \Delta V_i = \sum_{i=1}^n V_{i0} \beta (t - t_i) = \beta \sum_{i=1}^n V_{i0} (t - t_i),$$

ahol  $\beta$  a folyadék  $t_0 = 0$ -ra vonatkoztatott hőtágulási együtthatója.

Számítsuk ki  $t$  értékét! Feltételezzük, hogy az összekeverés során nem végzünk munkát a folyadékokon, tehát az egyes folyadékreszek által felvett hőmennyiségek előjeles összege 0:

$$\sum_{i=1}^n c m_i (t - t_i) = 0, \quad m_i = V_{i0} \varrho_0,$$

ahol  $\varrho_0$  a folyadék sűrűsége  $t_0 = 0$  fokon. Ezért

$$\sum_{i=1}^n c V_{i0} \varrho (t - t_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n V_{i0} (t - t_i) = 0.$$

Ezt behelyettesítve  $\Delta V$  kifejezésébe, azt kapjuk, hogy  $\Delta V = 0$ . Ezzel az állítást igazoltuk.

*Matajsz István* (Gyula, Erkel F. Gimn., III. o. t.)

*Megjegyzés.* Sok megoldó hibás úton próbálta bebizonyítani az állítást. Kiindulásuk általában az volt, hogy az  $i$ -edik folyadék térfogata a keverés után  $V'_i = V_i [1 + \beta(t - t_i)]$ , így a keverés utáni össztérfogat

$$V'_0 = \sum V_i [1 + \beta(t - t_i)] = \sum V_i + \sum \beta V_i (t - t_i).$$

Ez a kiindulás azért helytelen, mert a  $\beta$  függ attól, hogy milyen hőmérsékletre vonatkozik. Az, hogy a megoldóknak így is sikerült „igazolni” az állítást, egy másik figyelmetlenség eredménye. Ugyanis a továbbiakban a

$\Delta Q = \sum c \varrho \cdot V_i (t - t_i) = 0$  egyenletet használták. Ez azért nem helyes, mert itt  $\varrho$  vonatkozik  $t_i$ -re, tehát minden  $i$ -re más és más.

Az első képlet helyesen

$$V'_i = V_i \left[ 1 + \frac{\beta_0}{1 + \beta_0(t_i - t_0)} (t - t_i) \right],$$

azaz

$$V'_0 = \sum V_i + \sum \frac{\beta_0 V_i}{1 + \beta_0(t_i - t_0)} (t - t_i).$$

A  $Q$ -ra vonatkozó pedig

$$\Delta Q = \sum c \frac{\varrho_0 V_i}{1 + \beta(t_i - t_0)} (t - t_i).$$

Ezekben a kifejezésekben  $\beta_0$  és  $\varrho_0$  már valóban azonosak minden folyadékmennyiségre. Tényleg ki lehet emelni őket az összegzés jele elé. A hibás kiindulás csak azért vezetett, jó eredményre, mert  $\beta$  is és  $\varrho$  is ugyanúgy függ a hőmérsékleti alappont megválasztásától.