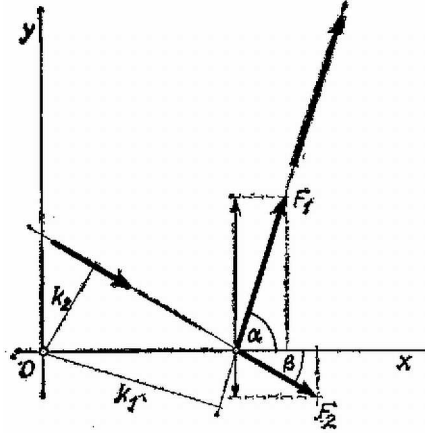


a) Először két, szöget bezáró erőre bizonyítjuk a tételt (1. ábra).



1. ábra

Toljuk el a két erőt hatásvonala mentén úgy, hogy egy pontba essék a támadáspontjuk. Mivel ekkor az erő karja nem változik, ez megtehető. Vegyük fel koordináta-rendszerünk origóját abban a pontban, amelyre a forgatónyomatékokat vonatkoztatjuk, a közös támadáspont pedig essék az x tengely $(a, 0)$ pontjába. Ekkor F_1 erő 0-ra vonatkozó forgatónyomatéka:

$$M_1 = k_1 F_1 = a F_1 \sin \alpha.$$

F_2 nyomatéka:

$$M_2 = k_2 F_2 = a F_2 \sin \beta.$$

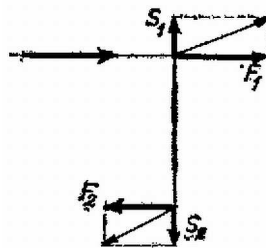
Ha α -t és β -t előjeles szögnek tekintjük, akkor az óramutató járásával ellentétes irányban forgató nyomaték pozitív, a másik irányban forgató negatív előjellel adódik.

A kapott képletekből azt is kiolvashatjuk, hogy egy – az x -tengely valamely pontjában támadó erő (előjeles) forgatónyomatékát megkapjuk, ha a forgáspont és a támadáspont távolságát szorozzuk az erő y -irányú komponensével. Így az eredő erő forgatónyomatéka:

$$M = a \cdot F_y = a (F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \beta).$$

Ezek alapján valóban $M = M_1 + M_2$.

b) Két párhuzamos erő esetén, ha az erők nem alkotnak erőpárt, az erőket hatásvonaluk mentén a 2. ábra szerinti helyzetbe toljuk, és rájuk merőleges S_1 és $S_2 = -S_1$ segéderőket adunk hozzájuk.



2. ábra

Ekkor először S_1 -et F_1 -gyel, ill. S_2 -t F_2 -vel adjuk össze, majd ezek eredőit, melyek $F_1 \neq -F_2$ miatt nem párhuzamosak. Mindhárom esetben szöget bezáró erőket adtunk össze, melyekre a tételt már bizonyítottuk, így a tétel most is igaz.

c) Ha $F_1 = -F_2$, akkor a két erő erőpárt alkot, így egy erővel reprezentálható eredője nincs, a tétel állítása nem érvényes.

Kettőnél több erő esetén az erőket páronként összeadva igazoljuk a tételt, vigyázva arra, hogy soha ne válasszunk olyan két erőt, melyek erőpárt alkotnak. Könnyen belátható, hogy ez mindig megtehető, azt az esetet kivéve, amikor az erők eredője egy erőpár. Ebben a kivételes esetben az erőrendszernek nincs eredője, a tétel nem érvényes.

Nagy László (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., II. o. t.)

Gungl István (Szekszárd, Rózsa F. Műszaki Szki. II. o. t.)

dolgozata alapján

Megjegyzés. Sok dolgozat forgatónyomaték-tétel néven a feladatban bizonyítandó állítást használta fel, vagy azzal ekvivalens állítást. Ezek a dolgozatok nem kaphattak pontot.