

Írjuk fel a testek mozgásegyenleteit:

$$(1) \quad m_1 g \sin \alpha + K - S_1 = m_1 a_1,$$

$$(2) \quad m_2 g \sin \alpha - K - S_2 = m_2 a_2.$$

Az egyenletekben K a testek között fellépő nyomóerő, S_1 és S_2 a súrlódási erők.

Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor a lejtőre helyezés után a testek nyugalomban maradnak. A gyorsulások ekkor nullák, a súrlódási erőkről pedig tudjuk, hogy

$$(3) \quad S_1 \leq \mu_1 m_1 g \cos \alpha,$$

$$(4) \quad S_2 \leq \mu_2 m_2 g \cos \alpha.$$

Az (1) és (2) egyenletekből:

$$K = S_1 - m_1 g \sin \alpha = m_2 g \sin \alpha - S_2.$$

A (3) és (4) egyenlőtlenségek behelyettesítésével:

$$(5) \quad m_2 g \sin \alpha - \mu_2 m_2 g \cos \alpha \leq K \leq \mu_1 m_1 g \cos \alpha - m_1 g \sin \alpha.$$

A testek között fellépő nyomóerő értékének tehát a fenti intervallumon belül kell lennie.

A nyugalmi helyzet megvalósulásának feltétele az (1) és (2) egyenletekből kapható meg K kiküszöbölésével:

$$(m_1 + m_2) g \sin \alpha = S_1 + S_2 \leq (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g \cos \alpha,$$

azaz a feltétel

$$(6) \quad \operatorname{tg} \alpha \leq \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}.$$

Amennyiben ez a feltétel nem teljesül, a testek a ráhelyezés után lefelé gyorsulnak, a súrlódási erők meghatározott értéket vesznek fel:

$$(7) \quad S_1 = \mu_1 m_1 g \cos \alpha,$$

$$(8) \quad S_2 = \mu_2 m_2 g \cos \alpha.$$

Ezeket az értékeket a mozgásegyenletekbe helyettesítve – felhasználva azt, hogy a testek között csak akkor léphet fel erő, ha azok együtt gyorsulnak – K értékét közvetlenül megkapjuk:

$$(9) \quad K = (\mu_1 - \mu_2) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \cos \alpha.$$

Mivel K csak nyomóerő lehet, $K > 0$, azaz az erőhatás feltétele $\mu_1 > \mu_2$. Ha $\mu_1 = \mu_2$, a két test külön-külön is egyformán gyorsulna, így értelemszerűen $K = 0$, ami a képletből is adódik.

Ha a testeknek fölfelé irányuló kezdősebességet adunk, a súrlódási erők iránya megfordul, így a nyomóerő:

$$(10) \quad K = (\mu_2 - \mu_1) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \cos \alpha.$$

amennyiben $\mu_2 > \mu_1$. Ez az erő csak addig hat, míg a testek meg nem állnak. Ha $\mu_1 > \mu_2$ l, akkor a testek először külön mozognak, de idővel ismét találkoznak és (ha találkozáskor ütközésük rugalmatlan) a (9) vagy (5) képletnek megfelelő erő lép fel köztük.

Szalay Zoltán (Szolnok, Verseyhy F. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján