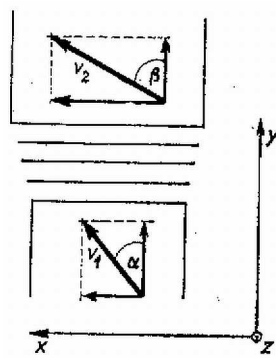


Vezessünk be egy olyan koordinátarendszert, melynek x tengelye párhuzamos a lejtőt alkotó egyenesekkel, z tengelye függőleges, y tengelye pedig e kettőre merőleges. Legyen az alsó síkon az y tengely irányától mért α szögben v_1 kezdősebességgel elindított test sebessége a felső síkon v_2 , iránya pedig zárjon be β szöget az y tengellyel (1. ábra).



A lejtő alakjának származtatása miatt a mozgás folyamán x irányú kényszererők nem lépnek fel, ezért az impulzusmegmaradás törvényének értelmében az x irányú sebességkomponens mindvégig állandó marad. A kezdeti és végállapotra felírva:

$$(1) \quad v_{1x} = v_{2x} \quad \text{azaz} \quad v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta.$$

Az energiamegmaradás törvényéből ugyanakkor következik, hogy

$$(2) \quad \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} = \sqrt{\frac{E - mgh}{E}}$$

Az (1) egyenlettel összevetve:

$$(3) \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{E - mgh}{E}} = \text{állandó}.$$

Végeredményül tehát a fénytantól ismert törési törvényhez hasonló alakú összefüggést kaptunk az „elindítási” és „beérkezési” irányokra. (A különbség csak annyi, hogy míg a fényre $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_\alpha}{v_\beta} = \text{áll.}$, addig itt

$$\left. \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1/v_1}{1/v_2} = \text{áll.} \right)$$

A valós megoldás feltétele $E - mgh > 0$, a fizikailag helyes megoldás feltétele – az, hogy a test feljusson a felső lejtőre – ennél szigorúbb:

$$(4) \quad (1/2)mv_y^2 - mgh > 0, \quad \text{azaz} \quad E \cos^2 \alpha - mgh > 0.$$

Ha ez az egyenlőtlenség nem teljesül, akkor a test visszakerül az alsó síkra, s miközben x irányú sebességkomponense változatlan marad, az y irányú komponens előjelet vált. Ez az eset a teljes visszaverődésnek felel meg.

Márkus László (Sopron, Széchenyi I. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A geometriai optika és a klasszikus mechanika közti kapcsolat nemcsak a fenti speciális esetben, hanem általános esetben is – magasabb matematikai módszerekkel – megtalálható. Ez az analógia jelentős segítséget nyújtott a kvantummechanika megalkotásához. (L.: Budó: Mechanika 38. §.)