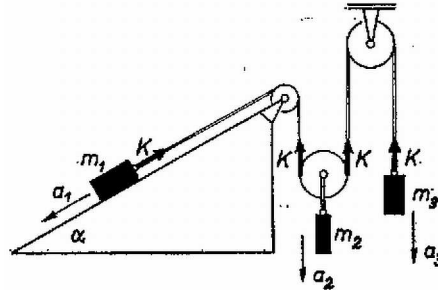


a) Mindhárom testre felírjuk Newton II. törvényét: mivel a csigákon súrlódás nincs, a kötélen végig K erő hat, tehát

$$\begin{aligned} m_1 g \sin \alpha - K &= m_1 a_1, & \text{így} & \quad a_1 = g \sin \alpha - K/m_1; \\ m_2 g - 2K &= m_2 a_2, & \text{így} & \quad a_2 = g - K/m_2; \\ m_3 g - K &= m_3 a_3, & \text{így} & \quad a_3 = g - K/m_3; \end{aligned}$$



A kötélnyújthatatlanságát kifejező egyenlet:

$$a_1 + 2a_2 + a_3 = 0.$$

Ebbe behelyettesítjük a gyorsulások értékét:

$$(g \sin \alpha - K/m_1) + 2(g - 2K/m_2) + (g - K/m_3) = 0,$$

ahonnan K értéke:

$$K = \frac{g(\sin \alpha + 3)m_1 m_2 m_3}{m_1 m_2 + 4m_2 m_3 + m_3 m_1}.$$

Visszahelyettesítjük K -t a gyorsulások kifejezésébe:

$$\begin{aligned} a_1 &= g \left(\sin \alpha - \frac{(\sin \alpha + 3)m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_2 m_3 + 4m_3 m_1} \right) = g \frac{m_1 \cdot (4m_3 + m_2) \sin \alpha - 3m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_2 m_3 + 4m_3 m_1}, \\ a_2 &= g \left(1 - \frac{2(\sin \alpha + 3)m_1 m_3}{m_1 m_2 + m_2 m_3 + 4m_3 m_1} \right) = g \frac{m_2(m_1 + m_3) - 2m_1 m_3(\sin \alpha + 1)}{m_1 m_2 + m_2 m_3 + 4m_3 m_1}, \\ a_3 &= g \left(1 - \frac{(\sin \alpha + 3)m_1 m_2}{m_1 m_2 + m_2 m_3 + 4m_3 m_1} \right) = g \frac{m_3(m_2 + 4m_1) - m_1 m_2(\sin \alpha + 2)}{m_1 m_2 + m_2 m_3 + 4m_3 m_1}. \end{aligned}$$

b) A második és harmadik test nyugalomban maradásának a feltétele:

$K = gm_2/2$, illetve $K = m_3 \cdot g$. Az első testnél, mivel az F_S súrlódási erő nem 0, a nyugalom feltétele: $m_1 g \sin \alpha - K + F_S = 0$, és tudjuk, hogy

$$-\mu m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha \leq F_S \leq \mu m_1 g \cos \alpha$$

irányát és nagyságát az határozza meg, hogy mekkora és milyen irányú erő akarja a testet elmozdítani. A három egyenletből és az egyenlőtlenségből K és F_S értékét kiküszöbölve kapjuk, hogy a rendszer nyugalomának a feltétele:

$$m_1(\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) \leq m_2/2 = m_3 \leq m_1(\sin \alpha + \mu \cos \alpha).$$

Kawka László (Bp., Radnóti M. Gyak. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. a) A megoldók viszonylag nagy része úgy számolt, hogy a kötélnyújtatlanság különböző szakaszaiban különböző nagyságú erők ébrednek. Ilyen csak akkor lehetséges, ha a csigákon van súrlódás. Súrlódás nélkül a kötélnyújtatlanság nem akadályozza, így a csigán való áthúzás nem ébreszt külön erőt a kötélen.

b) A másik tipikus hiba az volt, hogy a megoldók általában a lejtőn felfelé mutató $\mu m_1 g \cos \alpha$ nagyságú súrlódási erőt feltételeztek. Pedig ez csak egy határeset, akkor áll fenn, ha a test lefelé mozog a lejtőn, vagy éppen hogy nem mozog el lefelé. A nyugalmi súrlódási erő mindig olyan, hogy éppen kiegyenlíti a testet elmozdítani igyekvő erőt. Példánkban a test mozoghat felfelé is, és lefelé is a tömegek arányától függően, így az elmozdulást akadályozó erő mutathat lefelé és felfelé is.