

Az f fókusztávolságú gyűjtőlencse a tőle t távolságra levő tárgypontot a lencsetörvényből kifejezhető

$$(1) \quad k = \frac{f \cdot t}{t - f}$$

távolságra képezi le. A képpont sebességét – a definíció szerint – (1)-nek a τ idő szerint első differenciálhányadosa adja (a $t = f$ esetet kizárva). A differenciálásnál vegyük figyelembe, hogy (1)-ben a t tárgytávolság az idő függvénye, míg f független az időtől. Az összetett függvény differenciálására vonatkozó láncszabály szerint:

$$(2) \quad v_k = \frac{dk}{d\tau} = \frac{dk}{dt} \cdot \frac{dt}{d\tau} = \frac{f(t-f) - ft}{(t-f)^2} \cdot \frac{dt}{d\tau} = -\frac{f^2}{(t-f)^2} \cdot \frac{dt}{d\tau}.$$

Ha lencse felé mozog a tárgy (csökken t értéke), akkor a tárgypont sebessége:

$$(3) \quad v_t = -\frac{dt}{d\tau}.$$

(3)-at (2)-be helyettesítve kapjuk meg a képpont sebességét:

$$v_k = \frac{f^2}{(t-f)^2} \cdot v_t.$$

A tárgy és a kép egymáshoz viszonyított sebessége:

$$\Delta v = v_t - v_k.$$

A numerikus értékeket felhasználva:

$$v_k = \frac{10^2}{(30-10)^2} \cdot 200 \text{ cm/s} = 50 \text{ cm/s}, \quad \Delta v = 200 \text{ cm/s} - 50 \text{ cm/s} = 1,5 \text{ m/s}.$$

Filep János (Bp., I. István Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Több megoldó dolgozatában minden ok nélkül feltételezte, hogy a képpont is egyenletes sebességgel mozog, ami (2) alapján nem áll fenn.

2. Gyakori hiba volt, hogy az előjelek figyelmen kívül hagyása miatt a relatív sebességre 2,5 m/s érték adódott.