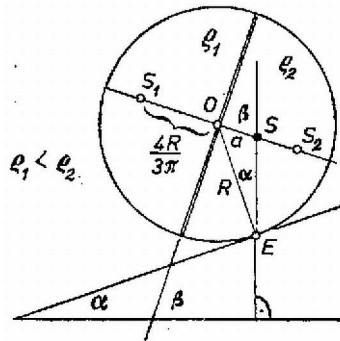


Az egyensúly szükséges feltétele, hogy a testre ható erők bármely pontra vonatkoztatott forgatónyomatékainak az összege 0 legyen. Legyen a vonatkoztatási pont az E alátámasztási pont. Mivel a lejtő által kifejtett erők hatásvonalai átmennek ezen a ponton, a feltétel csak úgy teljesülhet, ha a súly-erő hatásvonalala, az S súlyponton átmenő függőleges egyenes is átmegy az E ponton.



1. ábra

Ekkor (1. ábra) az $OES\triangle = \alpha$, az $OSE\triangle = 180^\circ - \beta$.

Az $OSE\triangle$ -re írjuk fel a szinusztételt:

$$\frac{a}{R} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad (a = \overline{OS})$$

$$\sin \beta = (R/a) \cdot \sin \alpha.$$

a értékét a következőképpen számítjuk ki:

$$\left(\frac{4R}{3\pi} + a\right) \varrho_1 = \left(\frac{4R}{3\pi} - a\right) \varrho_2, \quad (\varrho_2 > \varrho_1)$$

$$a(\varrho_2 + \varrho_1) = \frac{4R}{3\pi}(\varrho_2 - \varrho_1), \quad a = \frac{4R}{3\pi} \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_2 + \varrho_1}.$$

A keresett szög szinusza: $\sin \beta = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\varrho_2 + \varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1} \cdot \sin \alpha$.

$\sin \beta \leq 1$, tehát $\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\varrho_2 + \varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1} \sin \alpha \leq 1$,

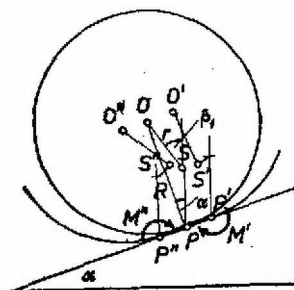
$\sin \alpha \leq \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_2 + \varrho_1}$.

Ez annak a feltétele, hogy egyensúly egyáltalán létrejöhessen.

Főző Csaba (Sopron, József A. Gimn., II. o. t.)

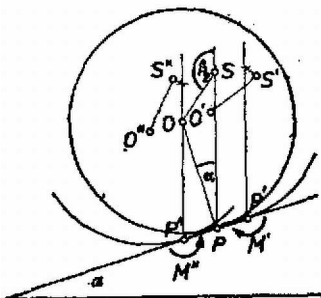
Megjegyzés. Vizsgáljuk meg stabilitás szempontjából a lehetséges egyensúlyi helyzeteket. Mivel megcsúszás nem lehetséges, tehát a korong a lejtővel érintkező, alkotójának sebességé mindig 0, tekinthetjük ezt az alkotót igen rövid ideig rögzített tengelynek. Így elég megnézni, hogy ha a korongot kicsit kimozdítjuk az egyensúlyi helyzetből milyen irányú forgatónyomaték hat erre az ún. pillanatnyi forgástengelyre.

Az egyensúlyt leíró $\sin \beta = \frac{R \cdot \sin \alpha}{a}$ egyenletnek általában 2 megoldása van: $\beta_1 < 90^\circ$ és $\beta_2 = 180^\circ - \beta_1$. Az első esetben kis kimozdítás esetén a súlypont úgy mozdul el a pillanatnyi forgástengely fölül, hogy a súlyerő fellépő forgatónyomatéka a korongot visszaforgatni igyekszik. Tehát az egyensúly stabilis (2. ábra).



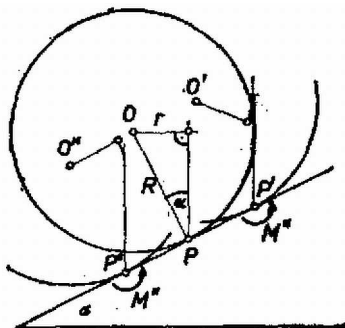
2. ábra

A második esetben a fellépő forgatónyomaték tovább forgatja a korongot, tehát az egyensúly labilis (3. ábra).



3. ábra

Ha lefelé mozdítottuk ki a korongot, az le is gördül. Viszont ha felfelé mozdítottuk ki, csak addig gurul felfelé, míg az első egyensúlyi helyzeten való áthaladáskor irányt változtatott forgatónyomaték le nem fékezi. Így a korong az első egyensúly körül rezegni fog. Abban a speciális esetben, ha $a = R \cdot \sin \alpha$, tehát $\beta_1 = \beta_2 = 90^\circ$, akármire kimozdítva a korongot, a forgatónyomaték lefelé forgat (4. ábra), tehát elengedve a korongot, az mindenképpen legördül.



4. ábra

(Lásd még a 691. feladat megoldását az 1968. évi 2. számban.)