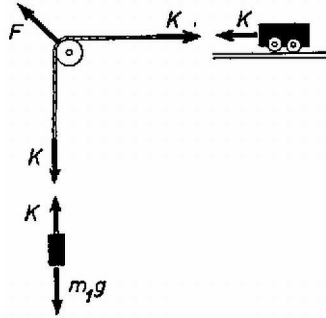


I. megoldás Az m_1 tömegre hat a súlyerő (m_1g) és a kötélt valamilyen K nagyságú erővel. Gyorsulása

$$(1) \quad a_1 = \frac{m_1g - K}{m_1}.$$

A kötélt tömege 0, ezért Newton II. törvényéből következik, hogy bármely darabjára ható erők eredője 0. Amennyiben a kötelet tartó csiga tehetetlenségi nyomatéka is elhanyagolható, a kötélt az m_2 tömegű testet is K erővel húzza. Másrészt a kötéltre ható erők eredője csak akkor lehet 0, ha a csiga rá olyan F erővel hat, melynek függőleges és vízszintes komponense is K nagyságú (1. ábra).



1. ábra

Az m_2 tömegű kocsi gyorsulása

$$(2) \quad a_2 = K/m_2.$$

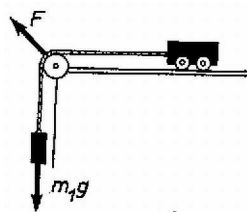
Tudjuk, hogy a kötélt nyújthatatlan, tehát

$$(3) \quad a_1 = a_2.$$

Az (1), (2), (3) egyenletrendszer az ismeretlen kötélerőre megoldva:

$$(4) \quad K = \frac{g}{1/m_1 + 1/m_2} = g \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

A két kocsiból és a kötélből álló rendszerre tehát hat (2. ábra): a csiga vízszintes irányban K , függőleges irányban K erővel, a Föld az m_1g súlyerővel (az m_2g -t a talaj nyomóereje ellensúlyozza).



2. ábra

A rendszer tömegközéppontjának gyorsulása egyenlő a ható erők eredőjének és a rendszer tömegének hányadosával:

$$(5) \quad a_x = \frac{F_x}{M} = \frac{K}{m_1 + m_2} = g \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = 2,34 \text{ m/s}^2,$$

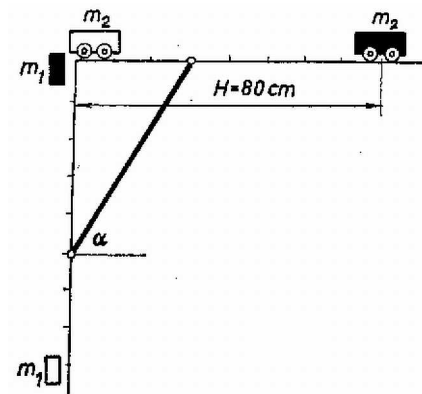
$$(6) \quad a_y = \frac{F_y}{M} = \frac{m_1g - K}{m_1 + m_2} = g \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = 3,90 \text{ m/s}^2.$$

Az állandó erő hatására gyorsuló, 0 kezdősebességgel induló tömegközéppont egy, a vízszintessel α szöget bezáró egyenest írt te (3. ábra) ahol

$$(7) \quad \text{tg } \alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{m_1}{m_2} = 0,6.$$

Prokopovitsch Ottó (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. A tömegközéppont a két tömeget összekötő egyenesen van úgy, hogy azt m_1/m_2 arányban osztja. Geometriai megfontolásokból következik, hogy a kocsik mozgása közben a tömegközéppont egy, a 3. ábrán látható egyenesen mozog. (Feltettük, hogy az m_2 tömeg a csigától indul.)



3. ábra

Az (1), (2), (3) egyenletrendszer $a_1 = a_2$ -re megoldva kapjuk:

$$(8) \quad a_1 = a_2 = g \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Amíg az m_2 tömegű kocsi a $H = a_2 t^2 / 2$ utat megteszi, a tömegközéppont (Pitagorász tétele szerint)

$$H' = H \frac{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}{m_1 + m_2} = a t^2 / 2$$

utat tesz meg. A két egyenletet elosztva a tömegközéppont gyorsulása

$$a = g \frac{m_1 \sqrt{m_1^2 + m_2^2}}{(m_1 + m_2)^2} = 4,55 \text{ m/s}^2.$$

Hasenfratz Anna (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)