

I. megoldás. Vizsgáljuk a test mozgását inerciarendszerben! Ekkor a tégl vízszintes irányban gyorsulva mozog, és amennyiben nem billen fel, akkor bármely képzeletbeli tengely körüli szöggyorsulása 0.

Tudjuk, hogy egy test β szöggyorsulását a rá ható forgatónyomatékok M eredője határozza meg az $M = \Theta\beta$ egyenlőség alapján (Θ a választott tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték). Ez az egyenlet (amely Newton második törvényéből levezethető) csak

- a) inerciarendszerben nyugvó tengely (pillanatnyi forgástengely); vagy
- b) a testhez rögzített, a tömegközépponton áthaladó tengely körüli forgatónyomatékokra, illetve szöggyorsulásokra érvényes.

A fentiek alapján annak feltétele, hogy a test ne billenjen fel:

$$(1) \quad M = 0,$$

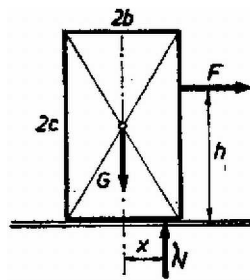
ahol a forgatónyomatékokat a súlyponton áthaladó tengelyre írtuk fel. (A pillanatnyi forgástengely a végtelenben van, ezért számolásra nem alkalmas.)

A testre ható erők:

- a vízszintes irányú F erő, melynek hatásvonala az alaptól h magasságban van;
- a függőleges irányú G súlyerő, melynek hatásvonala a szimmetriasíkban van;
- a talaj által kifejtett erők N eredője, amely a súrlódás hiánya miatt függőleges, és hatásvonala mindig a két legtávolabbi alátámasztási pont között halad. Az (1) kikötés szerint

$$(2) \quad F(h - c) - Nx = 0,$$

ahol x az N eredőnek a középvonaltól mért előjeles távolsága (1. ábra).



1. ábra

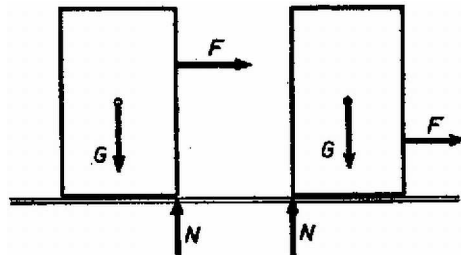
Másrészt, mivel a tégl gyorsulásának függőleges komponense 0, Newton második törvényéből $N = G$, továbbá az N erő hatásvonalára tett megjegyzés, alapján $-b \leq x \leq b$.

Végeredményben

$$h \leq c \text{ esetén a (2) egyenlőségből } F \leq G \frac{b}{c - h},$$

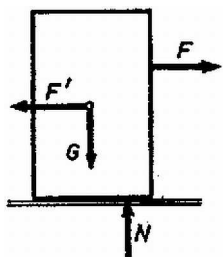
$$h \geq c \text{ esetén } F \leq G \frac{b}{h - c}.$$

A felbillenés határán az egyenlőség teljesül, és ekkor a talaj a téglát első vagy hátsó éle mentén nyomja (2. ábra).



2. ábra

II. megoldás. A jelenséget a téglával együtt gyorsuló koordinátarendszerben vizsgálva, a probléma egy sztatikai feladattá válik, azonban fel kell venni az előbb felsoroltakon kívül egy – a tömegközéppontban ható, a koordinátarendszer gyorsulásával ellentétes irányú, $F' = ma$ nagyságú tehetetlenségi erőt (3. ábra). Esetünkben $a = F/m$, ezért $F' = F$.

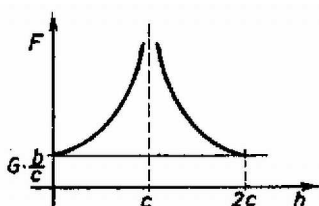


3. ábra

Forgástengelynek a test egyik alsó élét választva, a két erőpár által kifejtett forgatónyomatékok összege: $M = F(h - c) - Gx$.

Az egyensúly feltétele $M = 0$. A továbbiakban az előző megoldás szerint járunk el.

A függvényt ábrázolva láthatjuk, hogy ha az erő a súlypont magasságában hat, akkor bármekkora lehet. A súlypont felett ható erő a téglát előre rántja, a súlypont alatti erő hatására a test „hanyatt vágódik”.



4. ábra

Szőcs Péter (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., II. o. t.)
Kartaly Béla (Szolnok, Verseyhy F.Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A megoldók jelentős része az első gondolatmenetet követte, és hibát vétett akkor, amikor forgástengelynek a test alapélét választotta, amelyre – mivel az gyorsuló, nem súlyponti tengely – nem igaz az alapvető $M = \Theta\beta$ összefüggés. (A forgómozgással foglalkozik a Középiskolai Matematikai Lapok 1968. évi 5., 1968. évi 6. és az 1969. évi 1. száma.)