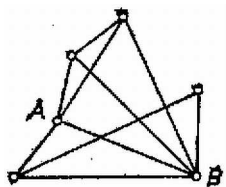


I. megoldás. Vesszünk n pontot (1. ábra).



1. ábra

Válasszunk ki tetszőleges kettőt (A és B). R ellenállású vezetőkkel kössük össze a megmaradt pontokat A -val, ill. B -vel, és A -t B -vel. Az A , B pontokra feszültséget kötve, a megmaradt pontok ekvipotenciális pontok. Ezért az elrendezést teljes sokszöggé kiegészítve, az eredő ellenállás nem változik.

Az egyszerűsített rendszerben $n - 2$ db $2R$ és egy R nagyságú ellenállás van párhuzamosan kötve, így

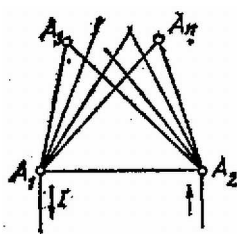
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{n-2}{2R}, \quad R_e = \frac{2R}{n}.$$

Nagy István (Bp., Móricz Zs. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Válasszuk ki a teljes sokszög két tetszőleges pontját (A és B). Minden egyes megmaradt pont A -hoz, B -hez és a többi megmaradt ponthoz ugyanolyan módon csatlakozik, egyik sincs kitüntetve, így az A , B pontokra feszültséget kötve, a maradék pontok ekvipotenciális pontok lesznek. Tehát a maradékpontokat összekötő ellenállások elhagyhatók. Tovább, mint az I. megoldásban.

Bognár Béla (Sopron, Széchenyi I. Gimn., IV. o. t.)

III. megoldás. Válasszuk ki a teljes sokszög két tetszőleges pontját, majd ezekkel kezdve, számozzuk meg a pontokat: $A_1, A_2, \dots, A_n$ (2. ábra).



2. ábra

Kössünk U feszültséget az A_1 és A_2 pont közé. Ekkor az A_i pont feszültsége U_i , és az A_i , ill. A_j pontok között folyó áram

$$I_{ij} = \frac{U_i - U_j}{R}.$$

Fölírjuk a csomóponti törvényt az A_1 és A_2 pontokra:

$$I = \sum_{i=1}^n I_{1i} = \sum_{i=1}^n \frac{U_1 - U_i}{R} = \frac{nU_1}{R} - \frac{1}{R} \sum_{i=1}^n U_i,$$

$$I = \sum_{i=1}^n I_{i2} = \sum_{i=1}^n \frac{U_i - U_2}{R} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^n U_i - \frac{nU_2}{R}.$$

(Felhasználtuk, hogy $I_{11} = \frac{U_1 - U_1}{R} = 0 = I_{22}$.)

A két fenti egyenletet összeadva:

$$2I = \frac{n}{R}(U_1 - U_2) = \frac{nU}{R}.$$

Az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{U}{I} = \frac{2R}{n}.$$

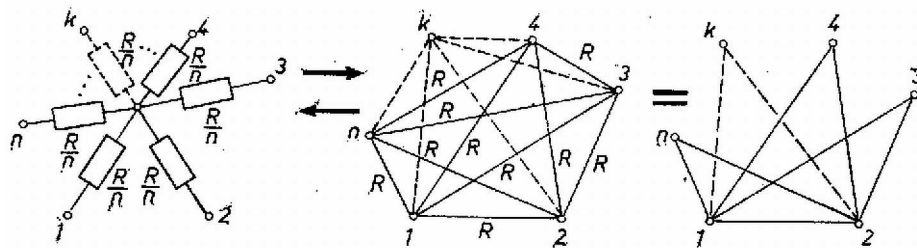
Gál Péter (Bp., Fazekas M. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Sokan egyáltalán nem, vagy nem kielégítően bizonyították, hogy a „maradék pontok” ekvipotenciális pontok, pedig a megoldásnak ez fontos lépése.

2. A feladat eredménye szerint egy n sarokpontból álló teljes sokszög eredő ellenállása egyenlő komponens-ellenállások (R) esetén:

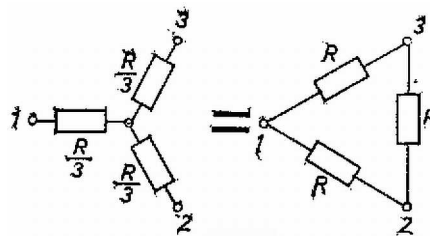
$$R_e = \frac{2R}{n}.$$

Ez az eredmény módot ad rá, hogy megállapíthassuk, miként lehet egy n ágú csillagot n szögű teljes sokszöggé alakítani, ha az összes ellenállások egyenlők az egyes alakzatokban.



3. ábra

Nilván, mint a 3. ábrán látható $R_{12} = \frac{2R}{n} = R_e$, vagyis a csillag bármelyik két pontja közötti ellenállás egyenlő a teljes sokszög eredő ellenállásával. A háromszög-csillag átalakításnál ez közismert (4. ábra).



4. ábra