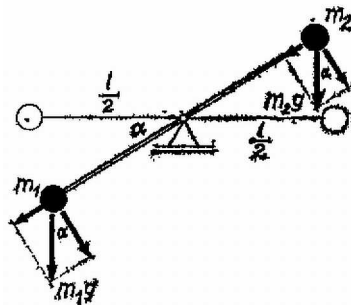


Számítsuk ki, hogy ha a rúd a vízszintessel α szöget zár be, mekkora a rúd pillanatnyi szöggyorsulása.



A forgatónyomatékok összege

$$M = m_1 g (l/2) \cos \alpha - m_2 g (l/2) \cos \alpha = (m_1 - m_2) g (l/2) \cos \alpha.$$

A rendszer tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta = m_1 \left(\frac{l}{2} \right)^2 + m_2 \left(\frac{l}{2} \right)^2, \quad \text{így}$$

$$\beta = \frac{M}{\Theta} = \frac{2g(m_1 - m_2) \cos \alpha}{(m_1 + m_2)l}.$$

A szöggyorsulás tehát a mozgás során változik.

A mozgás ideje azonban rövid, így – mint látni fogjuk –, nem követünk el nagy hibát, ha β -t állandónak vesszük. Legyen először $\alpha = 0$, ekkor

$$\beta_1 = \frac{2g}{l} \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 5 \text{ s}^{-2} \quad (g = 10 \text{ m s}^{-2}).$$

Az ekkorának tekintett állandó szöggyorsulással az elfordulás

$$\alpha_1 = \frac{\beta_1}{2} t^2 = 2,5 \text{ s}^{-2} \cdot 0,1^2 \text{ s}^2 = 0,025 = 1^\circ 26'.$$

Ez az érték nagyobb a tényleges α szögelfordulásnál, hiszen β_1 a szöggyorsulás maximuma. Mivel a szögelfordulás mindig kisebb α_1 -nél, ezért β nagyobb az α_1 kitéréshez tartozó értéknél. Ha tehát β -t az egész mozgás során az α_1 -hez tartozó értéknek vesszük (β_2), akkor az elfordulásra alsó becslést kapunk.

Végezzük el ennek megfelelően a számolást:

$$\beta_2 = \frac{2g}{l} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cos \alpha_1 = \beta_1 \cos \alpha_1,$$

$$\alpha_2 = \frac{\beta_2}{2} t^2 = \alpha_1 \cos \alpha_1 = \alpha_1 \cdot 0,9997.$$

Így

$$\alpha_2 = \alpha_1 \cdot 0,9997 < \alpha < \alpha_1.$$

Tehát 0,03% hibával $\alpha = \alpha_1$, ezért a tömegek elmozdulása

$$s = \frac{l}{2} \alpha_1 = 1,25 \text{ cm}.$$

Éber Nándor (Budapest, Móricz Zs. Gimn., III. o. t.)