

I. megoldás. A c kezdősebességgel α szög alatt ferdén elhajított tárgy helyzetének koordinátái:

$$\begin{aligned}x &= c \cdot \cos \alpha \cdot t, \\y &= c \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2.\end{aligned}$$

Az időt kiküszöbölve kapjuk a pálya függvényét:

$$y = \operatorname{tg} \alpha \cdot x - \frac{g}{2c^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 = \operatorname{tg} \alpha \cdot x - \frac{g}{2c^2} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) x^2.$$

Feladatunkban $x = A$ és $y = B$ adott érték, ezeket a pálya függvényében felhasználva c kezdősebességre egyenletet kapunk:

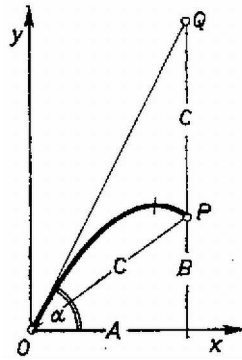
$$B = \operatorname{tg} \alpha \cdot A - \frac{g}{2c^2} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) A^2.$$

Ebből a kezdősebesség:

$$(1) \quad c^2 = \frac{gA}{2} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - B/A}.$$

A változó rész differenciálhányadosa:

$$\frac{2}{gA} \cdot \frac{d(c^2)}{d(\operatorname{tg} \alpha)} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - 2B \operatorname{tg} \alpha / A - 1}{(\operatorname{tg} \alpha - B/A)^2}.$$



1. ábra

Szélsőérték annál a $\operatorname{tg} \alpha$ -nál lehetséges, ahol a differenciálhányados nulla:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha - 2B \operatorname{tg} \alpha / A - 1 = 0.$$

Ennek megoldása:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B}{A} + \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{A}.$$

Eredményünkben $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ a célpontnak az origótól mért távolságát jelenti (1. ábra). C felhasználásával:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B + C}{A}.$$

Az indítási sebességet megkapjuk, ha (1)-ben felhasználjuk $\operatorname{tg} \alpha$ értékét:

$$c^2 = \frac{gA}{2} \cdot \frac{1 + (B + C)^2 / A^2}{(B + C)/A - B/A} = g(C + B).$$

A mi adatainkkal $\operatorname{tg} \alpha = (30 + 50) : 40 = 2$, $\alpha = 63,4^\circ$; $c = \sqrt{g(B + C)} = 28 \text{ m/s}$.

Bérces György (Nagykanizsa, Landler Gimn., IV. o. t.)

Az eredményt szerkesztéssel is megkaphatjuk, P célpont fölött függőlegesen felmérjük $C = OP = PQ$ távolságot és meghúzzuk az OQ egyenest. c indítású sebesség egyenlő azzal a sebességgel, amellyel egy tárgyat függőlegesen felfelé lehetne hajítani $B + C$ távolság fele magasságába.

Faragó Gyula (Bp., Jedlik Á. Gimn., IV. o. t.) és

Véner Péter (Bp., Kaffka M. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Tanulságos a feladat szerkesztéses megoldása. (Lásd a KML. 1962. évi 6. számának 33. oldalán olvasható cikket.)

Az adott kezdősebességgel elérhető legtávolabbi pontok e hajítási pályák burkológörbéjén vannak (2. ábra).


$$\frac{c^2}{2q} = \frac{B+C}{2},$$

A hajítási parabolapálya vezérvonalala az $OY = h$ magasságban rajzolt vízszintes egyenes. Fókuszának mértani helye az O középpontú, h rádiuszú kör. P a burkológörbén van, tehát csak *egy* pályán található el, de egyszersmind a hajítási pályának is pontja. A hajítási parabola fókusza az OP egyenes és $OY = h$ rádiuszú kör F metszéspontja. Ha a minimális sebességhez tartozó pálya indítási α szögét keressük, nem kell mást tennünk, mint a célponthoz vezető OP irány és az y tengely szögét feleznünk.