

Egyensúly esetén a gyertyára ható erők eredője nulla. Ha x -szel jelöljük a folyadékból kiálló rész hosszát, akkor a gyertya meggyújtása pillanatában

$$(1) \quad \begin{aligned} mg + LA\rho g &= (L - x)A\rho_0 g, \quad \text{ahonnan} \\ x &= L \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} - \frac{m}{A\rho_0}. \end{aligned}$$

Miközben a gyertya ég, L állandóan csökken. Vizsgáljuk (1)-nek megfelelően x -et, mint L függvényét. A gyertya addig éghet, ameddig $x > 0$. Amikor a gyertya hossza eléri az

$$L_0 = \frac{m}{A(\rho_0 - \rho)}$$

értéket, akkor $x = 0$, és a lángot eloltja a folyadék.

A folyadék alatti rész hossza

$$L - x = L \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{m}{A\rho_0},$$

amely L csökkenésével szintén csökken. Ezért abban a pillanatban lesz a legrövidebb rész a folyadék alatt, amikor a gyertya elalszik.

Amennyiben a lemerülő rész és a teljes hossz arányát tekintjük, úgy az

$$\frac{L \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{m}{A\rho_0}}{L} = \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{m}{A\rho_0 L}$$

függvényt kell vizsgálnunk, amely azonban L csökkenésével növekszik. Tehát a gyertya meggyújtásának pillanatában volt a gyertya legkisebb hányada a folyadék alatt.

Vizsgáljuk meg, hogy milyen kiindulási értékek mellett van értelme a fenti megoldásnak! A gyertyát csak akkor lehet meggyújtani, ha az úszik a folyadékban. Ennek az a feltétele, hogy a kezdeti L hosszúsággal fennálljon az

$$L \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} - \frac{m}{A\rho_0} > 0$$

egyenlőtlenség. Amennyiben egyenlőség vagy fordított egyenlőtlenség teljesül, akkor a gyertya lebeg, illetve elmerül, tehát nem tudjuk meggyújtani.

Szükséges még, hogy a gyertya stabilan függőlegesen álljon a folyadékban. Ez akkor teljesül, ha a gyertya és a fémgolyó közös súlypontja alacsonyabban helyezkedik el, mint a felhajtóerő támadáspontja. Az utóbbi a folyadékba merülő rész geometriai középpontjában van. A súlypont a gyertya aljától

$$s = \frac{LA\rho}{LA\rho + m} \cdot \frac{L}{2}$$

távolságban van, a bemerülő rész középpontja pedig

$$h = \frac{m + LA\rho}{2A\rho_0}$$

magasságban. A stabilitási feltétel:

$$\frac{L^2 A\rho}{2(LA\rho + m)} < \frac{m + LA\rho}{2A\rho_0},$$

ahonnan átrendezéssel, majd gyököt vonva

$$L < \frac{m}{A(\sqrt{\rho\rho_0} - \rho)}.$$

Ha ez fennáll a kezdeti L értéknél, akkor csökkenő L -vel még jobban teljesül, azaz a gyertya csak a meggyújtása előtt dőlhet el.

Berkes Enikő (Bp., Kossuth Zs. Gimn., III. o. t.)
és *Egyedi Dániel* (Nagykőrös, Arany J. Gimn., IV. o. t.)