

Jelöljük a fogaskerekek tehetetlenségi nyomatékát  $I_1$ , ill.  $I_2$ -vel, a megfelelő szögelfordulásokat  $\varphi_1$  és  $\varphi_2$ -vel, a szöggyorsulásokat  $\beta_1$  és  $\beta_2$ -vel! Feltételezzük, hogy a fogaskerekek közt ható  $F$  erő érintő irányú. Ez nem szükségszerű, hiszen a fogaskerekeket tetszőleges erővel egymáshoz szoríthatjuk (statikailag határozatlan feladat), a sugár irányú erő azonban úgysem ad forgatónyomatékot.

Mindkét fogaskerékre felírhatjuk a forgómozgás alapegyenletét:

$$(1) \quad I_1 \beta_1 = -D_1^* \varphi_1 + F r_1,$$

$$(2) \quad I_2 \beta_2 = -D_2^* \varphi_2 - F r_2.$$

Mivel a fogaskerekek nem csúszhatnak, a kerületi elmozdulásoknak és a kerületi gyorsulásoknak meg kell egyezniük.

$$(3) \quad r_1 \varphi_1 = r_2 \varphi_2,$$

$$(4) \quad r_1 \beta_1 = r_2 \beta_2.$$

Az (1)–(4) egyenletekből pl.  $\beta_1$ -et kifejezve:

$$(5) \quad \beta_1 = -\frac{D_1^* r_2^2 + D_2^* r_1^2}{I_1 r_2^2 + I_2 r_1^2} \varphi_1.$$

Ez egy olyan harmonikus rezgőmozgás egyenlete, melynek körfrekvenciája

$$(6) \quad \omega = \sqrt{\frac{D_1^* r_2^2 + D_2^* r_1^2}{I_1 r_2^2 + I_2 r_1^2}}.$$

A szögelfordulás az idő függvényében:

$$\varphi_1 = \Phi_1 \cos \omega t,$$

ahol  $\Phi_1$  a legnagyobb szögelfordulást jelöli. A maximális szögsebesség  $\Phi_1 \omega$  értékű. A másik fogaskerék mozgását (3) alapján számíthatjuk, a maximális szögsebesség  $\Phi_2 \omega = \frac{r_1}{r_2} \Phi_1 \omega$ . A legnagyobb szögsebességet a fogaskerekek a teljes rezgésidő negyedrésze alatt, tehát  $t = \pi/2\omega$  idő múlva érik el.

Az érintkezési pontnál ható erő (1) és (5)-ből fejezhető ki:

$$(7) \quad F = r_1 \cdot \frac{D_1^* I_2 - D_2^* I_1}{I_1 r_2^2 + I_2 r_1^2} \varphi_1.$$

$F$  irányát úgy vettük fel, hogy a második fogaskeréknél növeli a visszahúzó erőt. (7)-ből látható, hogy  $F$  akkor pozitív, ha

$$\frac{D_1^*}{I_1} > \frac{D_2^*}{I_2}.$$

Ennek szemléletes jelentése van, hiszen  $\frac{D_1^*}{I_1} = \omega_1^2$  és  $\frac{D_2^*}{I_2} = \omega_2^2$ , ahol  $\omega_1$  és  $\omega_2$  az egyes fogaskerekek körfrekvenciája, akkor, ha nem kapcsolódnak egymáshoz. Ha a fogaskerekeket összekapcsoljuk, akkor rezgésük körfrekvenciájának meg kell egyeznie. Az  $F$  erőnek tehát olyan irányúnak kell lennie, hogy  $\omega_1$ -et csökkentse és  $\omega_2$ -t növelje.

Amennyiben a fogaskerekek jó közelítésben homogén korongoknak tekinthetők, úgy  $I_1$  és  $I_2$  helyében  $m_1 r_1^2/2$  és  $m_2 r_2^2/2$  írható.

*Klebniczki József* (Szeged, Ságvári E. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján