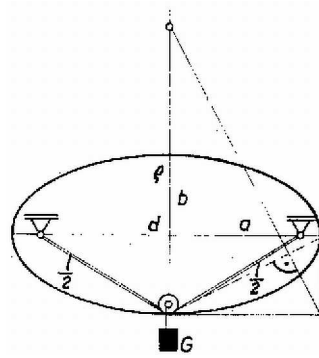


I. megoldás. A test ellipszis íven mozog. Kis kitérés esetén az ellipszis íve helyettesíthető a kistengely végpontjában simuló kör ívével. Ennek a körnek a sugara $\varrho = a^2/b$, (K. M. L. XXVIII. kötet, 129. oldal), ahol a és b az ellipszis fél nagy-, ill. fél kistengelye.



1. ábra

A feladatban leírt ingát ezzel a ϱ sugarú fonálingával helyettesíthetjük (1. ábra), ennek lengésideje

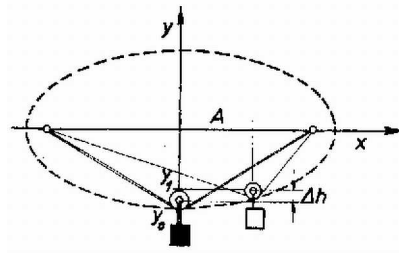
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\varrho}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^2}{bg}} = 2\pi a\sqrt{\frac{1}{bg}} = 2\pi \frac{l}{2} \sqrt{\frac{1}{g\sqrt{\frac{l^2-d^2}{2}}}} = \pi l \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{g\sqrt{l^2-d^2}}}.$$

Végh János (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Az ellipszis egyenlete

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad \text{Itt} \quad a = \frac{l}{2}, \quad b = \frac{\sqrt{l^2-d^2}}{2}.$$

A test koordinátái a pálya legmélyebb pontján $(0, y_0)$. Ha a testet vízszintesen A távolságra kitérítjük, ordinátája y_1 -re változik (2. ábra):



2. ábra

$$\frac{A^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1, \quad y_1 = b\sqrt{1 - \frac{A^2}{a^2}}.$$

$$\text{A test emelkedése } \Delta h = y_0 - y_1 = b \left(1 - \sqrt{1 - \frac{A^2}{a^2}} \right). \quad (1)$$

Írjuk fel az energiamegmaradás tételét felhasználva, hogy a legmélyebb helyzetben a sebesség maximális, a helyzeti energia 0, illetve az A vízszintes távolságra kimozdított helyzetben a helyzeti energia $mg\Delta h$, a mozgási energia 0.

$$(2) \quad (1/2)mv^2 = mg\Delta h.$$

Kis kitérés esetén a test mozgása A amplitúdójú harmonikus rezgőmozgásnak tekinthető, a sebesség amplitúdó $v = A2\pi/T$. Ezt és Δh értékét beírva (2)-be, majd T -t kifejezve, az A^2 -et tartalmazó tag elhanyagolásával ugyanazt az eredményt kapjuk, mint az I. megoldásban.

Klebniczki József (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o. t.)