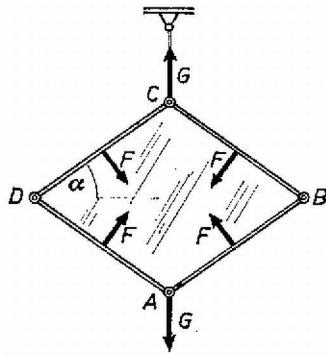
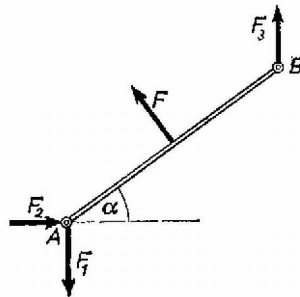


I. megoldás. A keret alakját egyértelműen jellemezhetjük a léceknek a vízszintestől mért α hajlásszögével. A keretre az 1. ábrán látható erők hatnak.



1. ábra

Mivel a folyadékhártyának két szabad felülete van, ezért $F = 2l\sigma$. Ha az egész keretre írjuk fel a külső erők és forgatónyomatékok egyensúlyát, azonosságot kapunk. Az F , G és α közti összefüggést csak akkor tudjuk meghatározni, ha kihasználjuk, hogy a keret egyes darabjai külön-külön is egyensúlyban vannak. Írjuk fel pl. az AB szakasz egyensúlyának feltételét! A rúd végpontjában a csuklók a 2. ábrán látható erőkkel nyomják a rudat.



2. ábra

Szimmetriaokokból a B pontban csak függőleges erő hat. Kapjuk tehát, hogy

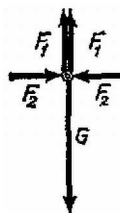
$$(1) \quad F \cos \alpha + F_3 - F_1 = 0,$$

$$(2) \quad F_2 - F \sin \alpha = 0.$$

A forgatónyomatékokat írjuk fel a B pontra!

$$(3) \quad F(l/2) - F_1 l \cos \alpha - F_2 l \sin \alpha = 0.$$

Ebben a három egyenletben három ismeretlen erő és az α szög szerepel. A hiányzó egyenletet az A pontban levő csuklóra ható erők egyensúlya szolgáltatja.



3. ábra

A szimmetrikus elrendezés miatt az AB és AD rudak reakcióerejének függőleges komponense azonos nagyságú (3. ábra):

$$(4) \quad 2F_1 - G = 0.$$

Az (1)–(4) egyenletrendszerből $\cos \alpha$ -ra a következő egyenletet kapjuk:

$$(5) \quad 2F \cos^2 \alpha - G \cos \alpha - F = 0,$$

ahonnan

$$\cos \alpha = \frac{G}{4F} \pm \sqrt{\left(\frac{G}{4F}\right)^2 + \frac{1}{2}}.$$

Mivel $0 < \alpha < 90^\circ$, azért a négyzetgyököt pozitív előjellel kell vennünk. A $\cos \alpha < 1$ feltétel akkor teljesül, ha $G < F$. Amennyiben ez nem áll fenn, úgy nem jöhet létre egyensúly a fenti erők hatására. A keret egészen $\alpha = 90^\circ$ -ig deformálódik, ekkor a B és D csuklók érintkezésénél fellépő vízszintes erők állítják vissza az erőegyensúlyt. Hasonlóan $\alpha = 0^\circ$ -nál is létrejöhet az A és C csuklók közt fellépő erők hatására. Ennek feltételét, valamint az egyes egyensúlyi helyzetek stabilitását kényelmesebb az energiaviszonyok tanulmányozásával meghatározni.

Harmat Péter (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Vizsgáljuk meg a rendszer energiáját az α szög függvényében. A keret által határolt terület $A = l^0 \sin \alpha$. Mivel a felületi feszültség egyik definíciója szerint a felületegységre eső energiát jelenti, ezért (figyelembe véve, a folyadékhártya mindkét felszínét) a felületi energia:

$$E_1 = 2A\sigma.$$

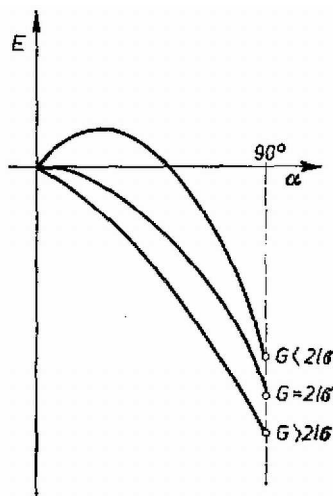
A G súlyú test helyzeti energiája a C ponthoz viszonyítva

$$E_2 = -2l(\sin \alpha)G.$$

A teljes energia

$$E = 2l^2\sigma \sin 2\alpha - 2l(\sin \alpha)G.$$

Ha ábrázoljuk E -t a függvényében, akkor $G \lesseqgtr 2l\sigma$ eseteknek megfelelően 3 különböző jellegű görbét kapunk (4. ábra).



4. ábra

Stabil egyensúly ott alakul ki, ahol az energiának minimuma van. Ez mindig teljesül az $\alpha = 90^\circ$ -os szögnél, valamint $G < 2l\sigma$ esetben $\alpha = 0^\circ$ -nál is. Ahol az energiának maximuma van, ott a rendszer instabil egyensúlyi helyzete található. A $G > 2l\sigma$ esetben ez sohasem teljesül, a $G \leq 2l\sigma$ esetben pedig valamilyen α szögnél. Ez a szög a differenciálszámítás segítségével határozható meg, mivel α_0 értéknél

$$E' = 4l^2\sigma \cos 2\alpha_0 - 2lG \cos \alpha_0 = 0.$$

Ebből egyszerű átalakításokkal megkaphatjuk az (5) egyenletet.

Határesetben, ha $G = 2l\sigma$, akkor $\alpha_0 = 0^\circ$.

Klebniezki József (Szeged, Ságvári E. Gimn., III. o. t.)