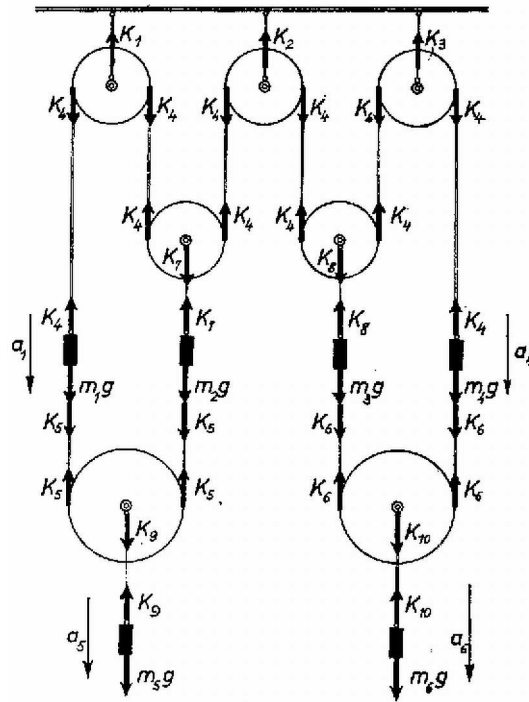


A csigák és a kötelek súlytalanok, súrlódás nincs, vagyis az egyes kötélrészeket végig ugyanaz az erő feszíti, függetlenül attól, hogy a kötélrész egyenes, vagy csigákat kerül-e meg. Feladatunkban tíz kötélrész szerepel.



1. ábra

A hat tömegre, valamint a hét csigára írjuk fel a mozgásegyenleteket (Newton II. törvénye). Az 1. ábrán láthatók az egyes testekre ható erők. Jelöljük az m_1 tömegű test gyorsulását a_1 -gyel, az m_2 -ét a_2 -vel, ..., az m_6 -ét a_6 -tal, és válasszuk a pozitív irányt minden esetben lefelé.

A mozgásegyenletek a hat tömegpontra:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & m_1 a_1 = m_1 g + K_5 - K_4, \\
 (2) \quad & m_2 a_2 = m_2 g + K_5 - K_7, \\
 (3) \quad & m_3 a_3 = m_3 g + K_6 - K_8, \\
 (4) \quad & m_4 a_4 = m_4 g + K_6 - K_4, \\
 (5) \quad & m_5 a_5 = m_5 g - K_9, \\
 (6) \quad & m_6 a_6 = m_6 g - K_{10}.
 \end{aligned}$$

A csigák tömege nulla, vagyis mozgásegyenletük bal oldala a gyorsulásuktól függetlenül nulla:

$$0 = K_1 - 2K_4, \quad (7)$$

$$0 = K_3 - 2K_4, \quad (9)$$

$$0 = 2K_4 - K_8, \quad (11)$$

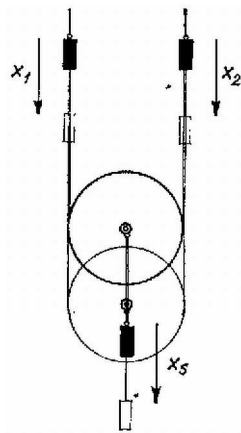
$$0 = K_2 - 2K_4, \quad (8)$$

$$0 = 2K_4 - K_7, \quad (10)$$

$$0 = 2K_5 - K_9, \quad (12)$$

$$0 = 2K_6 - K_{10}. \quad (13)$$

16 ismeretlenünkhöz még csak 13 egyenlet van. A hiányzó egyenletek azt fejezik ki, hogy a kötelek nyújthatatlanok: a gyorsulások nem függetlenek egymástól (kényszer feltétel). A 2. ábrán a bal alsó csigát és környezetét rajzoltuk le az indulás pillanatában és t idővel később.



2. ábra

Jelöljük az m_1 , m_2 és m_3 test elmozdulásait x_1 , x_2 és x_5 -tel. A fonál nyújthatatlan, vagyis

$$x_1 + x_2 = 2x_5.$$

Az

$$x_1 = (1/2)a_1t^2, \quad x_2 = (1/2)a_2t^2, \quad x_5 = (1/2)a_5t^2$$

egyenlőségeket behelyettesítve kapjuk, hogy

$$(14) \quad a_1 + a_2 = 2a_5.$$

Hasonlóan

$$(15) \quad a_3 + a_4 = 2a_6.$$

Az előző mintára mozdítsuk az m_1 , m_2 és m_3 tömegeket lefelé x_1 , x_2 és x_3 távolsággal, ekkor az m_4 tömeg x_4 elmozdulása már adódik:

$$x_4 = -(x_1 + 2x_2 + 2x_3),$$

mert közben a K_4 feszültségű fonál hossza állandó maradt.

Ezekre az elmozdulásokra

$$\begin{aligned} x_1 &= (1/2)a_1t^2, & x_2 &= (1/2)a_2t^2, \\ x_3 &= (1/2)a_3t^2, & x_4 &= (1/2)a_4t^2; \end{aligned}$$

vagyis

$$(16) \quad a_1 + 2a_2 + 2a_3 + a_4 = 0.$$

Az így kapott egyenletrendszer gyökei a keresett mennyiségek. A megoldás általános esetben nagyon hosszadalmas, de adott szám adatokkal egyszerű. Annyi rögtön látszik, hogy

$$K_1 = K_2 = K_3 = K_7 = K_8 = K_4/2,$$

valamint a (14), (15) és (16) egyenletek szerint valamennyi gyorsulás nem lehet azonos előjelű, mindig lesz olyan test, amelyik lefelé és olyan is, amelyik fölfelé mozog.

Blahó Ágnes (Szeged, Radnóti M. Gimn., II. o. t.)