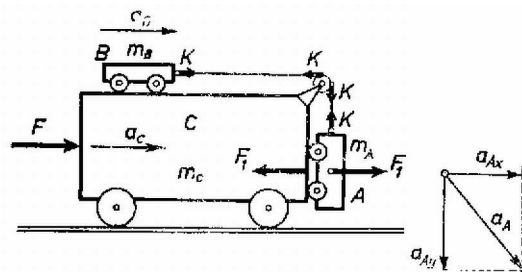


I. megoldás. Írjuk föl a mozgásegyenleteket *mindhárom kocsi*ra, A -nál a függőleges és vízszintes komponensekre egyaránt (1. ábra).



1. ábra

Tételezzük fel, hogy $a_C \geq 0$, így az A kocsi érintkezik C -vel, és köztük $F_1 \geq 0$ erő lép fel.

$$m_A a_{Ax} = F_1, \quad m_A a_{Ay} = m_A g - K, \quad m_B a_B = K, \quad m_C a_C = F - F_1 - K.$$

A és C kocsi érintkezéséből következő kényszerfeltétel

$$a_{Ax} = a_C.$$

A fonal nyújthatatlanságából következik, hogy a rendszert elmozdítva

$$\begin{aligned} \Delta x_B &= \Delta x_C + \Delta y_A, \\ \frac{t^2}{2} &= \frac{t^2}{2} a_C + \frac{t^2}{2} a_{Ay}, \\ a_B &= a_C + a_{Ay}. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszert megoldva

$$\begin{aligned} a_{Ax} = a_C &= \frac{(m_A + m_B)F - m_A m_B g}{(m_A + m_B)(m_A + m_C) + m_A m_B}, \\ a_{Ay} &= \frac{(m_A + m_B + m_C)m_A g - m_B F}{(m_A + m_B)(m_A + m_C) + m_A m_B}, \\ a_B &= \frac{[(m_A + m_C)g + F]m_A}{m_A + m_B(m_A + m_C) + m_A m_B}. \end{aligned}$$

Numerikus adatokkal: $a_{Ax} = a_C = 3,27 \text{ m/s}^2$, $a_{Ay} = 4,57 \text{ m/s}^2$, $a_B = 7,84 \text{ m/s}^2$. Az A kocsi eredő gyorsulása $a_B = \sqrt{a_{Ax}^2 + a_{Ay}^2} = 5,63 \text{ m/s}^2$ vízszintessel bezárt szöge $\text{tg } \alpha = \frac{a_{Ay}}{a_{Ax}}$, ahonnan $\alpha = 54,50^\circ$

Sailer Kornél (Ózd, József A. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. Egyenletrendszerünket azzal a feltételezéssel írtuk fel, hogy A és C kocsi érintkezik egymással, tehát $a_C \geq 0$. Ennek feltétele a megoldás felhasználásával

$$F \geq \frac{m_A m_B g}{m_A + m_B}.$$

Numerikus adataink elegendő tesznek ennek a feltételnek, így megoldásunk helyes volt.

A és B kocsi akkor nem mozdul el C -hez viszonyítva, ha $a_{Ay} = 0$, vagyis

$$F = (m_A + m_B + m_C) \frac{m_A}{m_B} g.$$

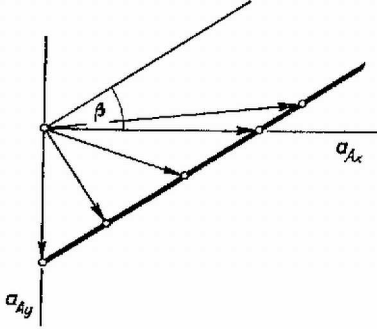
Ha F ennél nagyobb, akkor felfelé, ha kisebb, lefelé mozdul el A .

Érdekes még megvizsgálni A eredő gyorsulásának nagyság és irány szerinti változását. Ehhez ábrázoljuk az $a_{Ax} = f(a_{Ay})$ függvényt az F paraméter kiküszöbölésével. Ennek egyenlete

$$a_{Ax} = \frac{m_A}{m_B} g - \frac{m_A + m_B}{m_B} a_{Ay},$$

tehát a függvény képe egy egyenes.

A kocsi gyorsulását nagyság és irány szerint (2. ábra) megadja az egyenes valamely pontjának helyvektora.



2. ábra

Innen közvetlenül leolvashatók a gyorsulások értékei abban az esetben, ha C áll ($a_{Ax} = 0$), vagy A és B áll C -hez viszonyítva ($a_{Ay} = 0$). Ha F az $\frac{m_A m_B g}{m_A + m_B}$ értéktől kiindulva nő, akkor a_A végpontja végigfut az egyenesen. a_A -nak a vízszintessel bezárt szöge F növelésével β -hoz tart, de mindig kisebb β -nál.

Kereszturi András (Bp., Eötvös J. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Megoldható a feladat az energiamegmaradás tételének felhasználásával is. Ugyanis álló helyzetből t ideig gyorsítva a rendszert az energiamegmaradás tétele szerint

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 + \frac{1}{2} m_C v_C^2 = F s_C + m_A g s_A,$$

$v = at$ és $s = at^2/2$ összefüggés felhasználásával

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_A (\sqrt{a_{Ax}^2 + a_{Ay}^2} t)^2 + \frac{1}{2} m_B (a_B t)^2 + \frac{1}{2} m_C (a_C t)^2 &= F \cdot \frac{1}{2} a_C t^2 + m_A g \frac{1}{2} a_{Ay} t^2. \\ (1) \quad m_A (a_{Ax}^2 + a_{Ay}^2) + m_B a_B^2 + m_C a_C^2 &= F a_C + m_A g a_{Ay}. \end{aligned}$$

C -hez rögzített, tehát a_C -vel gyorsuló koordináta-rendszerben minden m tömegre $-m a_C$ erő hat, így az energiamegmaradás törvénye

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_A (a_{Ay} t)^2 + \frac{1}{2} m_B [(a_B - a_C) t]^2 &= (m_A g - m_B a_C) \frac{1}{2} a_{Ay} t^2, \\ (2) \quad m_A a_{Ay}^2 + m_B (a_B - a_C)^2 &= (m_A g - m_B a_C) a_{Ay}. \end{aligned}$$

A kényszerfeltételek hozzávételével az (1), (2) egyenletrendszer megoldható.

Ez a megoldás nemcsak az energiamegmaradás törvényét, hanem a tehetetlenségi erő fölvételével Newton II. törvényét is fölhasználja, előnye mégis az, hogy a kényszererők nem végeznek munkát, így ezekkel nem kell számolunk.

Mihály György (Bp., Kölcsey F. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A legtöbb dolgozat azért nem nyert pontot, mert szerzőjük a 3 testből álló rendszerre egyetlen mozgásegyenletet írt fel. Newton II. törvényét minden egyes testre külön-külön kell alkalmaznunk.