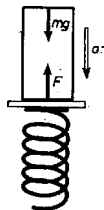


Jelöljük az asztal lapja felett x magasságban levő testre ható erőt F -fel (1. ábra), melynek értéke a rugótörvény szerint

$$F = k(h - x).$$



1. ábra

Az m tömegű test mozgásegyenlete:

$$ma = mg - F.$$

Ez egy olyan rezgőmozgást ír le, melynek nyugalmi helyzete a rugó eredeti végpontjától

$$h - h_0 = \frac{mg}{k}$$

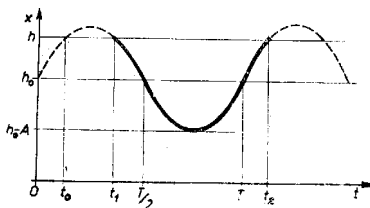
távolsággal eltolódott. A rezgőmozgás körfrekvenciája $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, az A amplitúdót pedig az energiatételből számíthatjuk ki. A kezdeti helyzet $mv^2/2$ mozgási és a legalsó helyzethez viszonyított $mg(h - h_0 + A)$ helyzeti energiája megegyezik a rugó rugalmas energiájával:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg(h - h_0 + A) = \frac{1}{2}k(h - h_0 + A)^2.$$

Felhasználva h_0 értékét, kapjuk, hogy

$$A = \frac{\sqrt{m^2g^2 + mv^2k}}{k}.$$

A test addig mozog a rugóval együtt, amíg $F \geq 0$, hiszen a két test között csak nyomóerő léphet fel. Ez viszont $x \leq h$ esetben teljesül, vagyis a test ugyanolyan magasságban hagyja el a rugót, mint ahol ráesett.



2. ábra

A mozgás út-idő grafikonjáról (2. ábra) leolvasható, hogy a test $T/2 + 2t_0$ ideig mozog a rugóval együtt, ahol t_0 értékét a

$$h - h_0 = A \sin \omega t_0$$

egyenletből határozhatjuk meg.

A feladat számadataival $\omega = 2 \text{ 1/s}$, $h - h_0 = 250 \text{ cm}$, $A = 353 \text{ cm}$, $\omega t_0 = \pi/4$ és $t_2 - t_1 = (3/4)\pi \text{ s} = 2,4 \text{ s}$.

Fundák György (Bp., I. István Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. A rugó legnagyobb rövidülése $h - h_0 + A = 603 \text{ cm}$. A lineáris erőtörvény általában csak akkor érvényes, ha a rugó hossza legalább néhányszorosa az összenyomódásnak, tehát a rugó eredeti h hosszának 10–20 m-nek kellene lenni. Ekkora rugót (ha létezik is) nem lehet egy asztalra állítani.

Chikány Gábor (Bp., I. István Gimn., III. o. t.)

2. Nagyon sok versenyző a mozgásmennyiség ΔI megváltozását számította ki és az $F\Delta t = \Delta I$ egyenletből akarta kiszámítani az érintkezés idejét. Ez elvileg helyes, ha F helyébe a megfelelő átlagerőt írjuk. A hibát ott követték el, hogy $F_0 = k(h - h_0 + A)^2/2$ értéket használtak, mely a rugóerőnek útszakaszra vett átlagértéke. Jelen esetben viszont időbeli átlagot kell számítani, hiszen az erőt egy időtartammal szorozzuk. Mivel a test hosszabb ideig tartózkodik h_0 alatt, mint felett, ezért az időbeli átlag nagyobb, mint F_0 és függ a mozgás út-idő kapcsolatától.