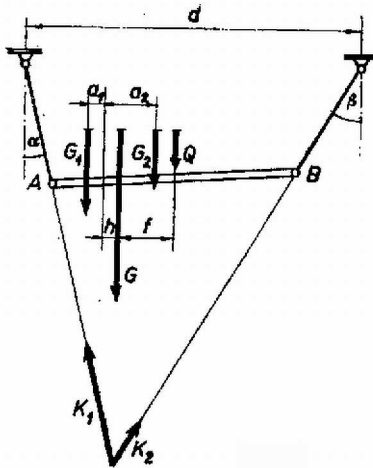


I. megoldás. A merev rúd egyensúlyának az a feltétele, hogy a rá ható eredő erő és az eredő forgatónyomaték nulla legyen. Ez csak akkor teljesülhet, ha a G_1 , G_2 és Q súlyerők G eredőjének és a K_1 , K_2 kötelerőknek a hatásvonala egy pontban metszi egymást.

Ennek alapján a szerkesztéses megoldás könnyen adódik (1. ábra).

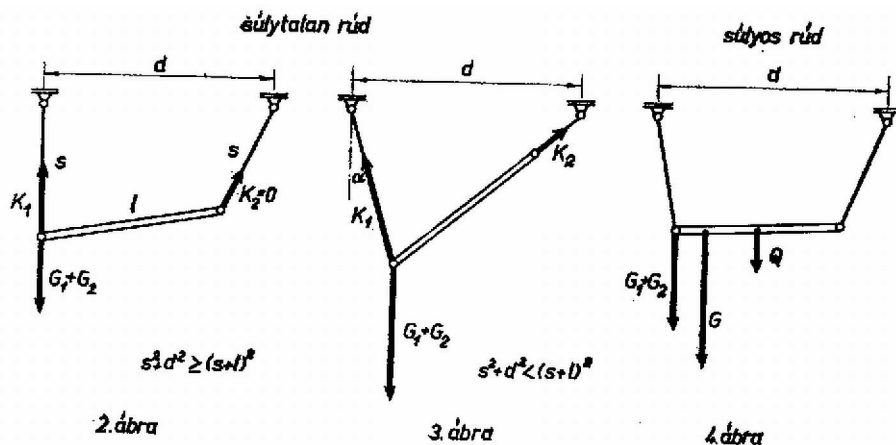


1. ábra

Először meghúzzuk a K_1 , K_2 hatásvonalának metszéspontján átmenő függőleget, erre illeszkedik G_1 , G_2 és Q eredője, G . Megszerkesztjük G_1 és G_2 eredőjének az $f \cdot Q = h(G_1 + G_2)$ feltételt kielégítő h távolságát G -tól. Ezután a h -val jellemzett hatásvonal ellenkező oldalára G_1 és G_2 már sokféleképpen vehető fel, csak a $G_1 a_1 = G_2 a_2$ feltételt kell kielégíteni (s természetesen G_1 , G_2 -nek a rúdon kell maradnia). Ha $Q = 0$ a szerkesztés egyszerűsödik.

A szerkesztésből látható, hogy β annál nagyobb, minél közelebb van G hatásvonala A -hoz. Ezért β akkor maximális, ha a G_1 , G_2 súlyokat A -ba helyezzük. α értéke akkor nulla, ha $s^2 + d^2 \geq (s + l)^2$ és a rúd súlytalan (2. ábra). Ha $s^2 + d^2 < (s + l)^2$, súlytalan rúd esetén a jobb oldali kötél a rúddal egy egyenesbe esik (3. ábra), s az így keletkezett háromszögből cosinus tétellel:

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{d^2 - l^2 - 2ls}{2ds}.$$



2. ábra

3. ábra

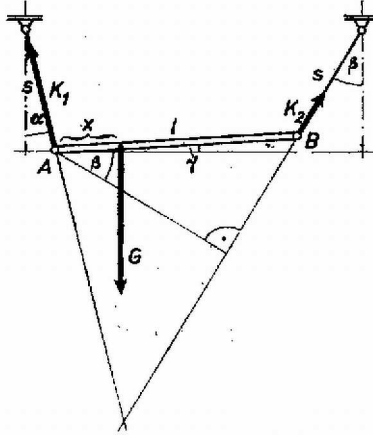
4. ábra

Súlyos rúd esetén (4. ábra) az eredő G erő nem kerülhet A -ba, s így a jobb oldali kötél a rúddal nem alkot egy egyenest. A maximális β -hoz tartozó α ekkor is kiszámítható, de nehezebben (lásd a II. megoldást).

Zámolyi Ferenc (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Felírjuk a merev rúd egyensúlyának feltételét kifejező egyenleteket (5. ábra):

- (1) $K_1 \sin \alpha = K_2 \sin \beta,$
- (2) $K_1 \cos \alpha + K_2 \cos \beta = G,$
- (3) $Gx \cos y - K_2 l \cos (\beta + y) = 0.$



5. ábra

Továbbá az ábráról

$$(4) \quad \operatorname{tg} y = \frac{s(\cos \alpha - \cos \beta)}{d - s(\sin \alpha + \sin \beta)}.$$

Az első két egyenletből

$$K_2 = \frac{G}{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \beta + \cos \beta},$$

ezt a harmadikba helyettesítve kapjuk:

$$x = l \left[\frac{1}{\operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1} + \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)(d/s - \sin \alpha - \sin \beta)} \right].$$

Az így kapott támadáspont 2 oldalára az I. megoldásban kifejtett módon (tehát, hogy G_1 , G_2 , Q eredőjének hatásvonala a rudat A -tól a fenti x távolságra messe) lehet elhelyezni a súlyokat. Konkrét esetben elég α és β közül az egyiket megadni, mert fennáll közöttük a következő összefüggés:

$$(5) \quad s \cdot \sin \alpha + \sqrt{l^2 - s^2(\cos \alpha - \cos \beta)^2} + s\sqrt{1 - \cos^2 \beta} = d.$$

Ez átrendezés és kétszeri négyzetre emelés után egy $\cos \beta$ -ban másodfokú egyenletre vezet, melyet adott s , l , d , α értékek esetén nem nehéz megoldani. A maximális β kérdését az első megoldáshoz hasonlóan tárgyalhatjuk, kiegészítve azzal, hogy súlyos rúd esetén is kiszámíthatjuk a maximális β -hoz tartozó α -t az (1)–(5) egyenletek segítségével ($x = 0$ -t helyettesítve).

Ábrahám Zoltán (Nagykőrös, Arany J. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A valóságban $s^2 + d^2 \geq (s + l)^2$ esetén sem valósítható meg teljesen az $\alpha = 0$ helyzet, mert a jobb oldali kötél csak akkor feszes (s tetszőlegesen kis súlyú rúd esetén feszes), ha hat benne erő, s ezt az erőt csak függőleges erők (K_1 , $G_1 + G_2$) nem kompenzálhatják.