

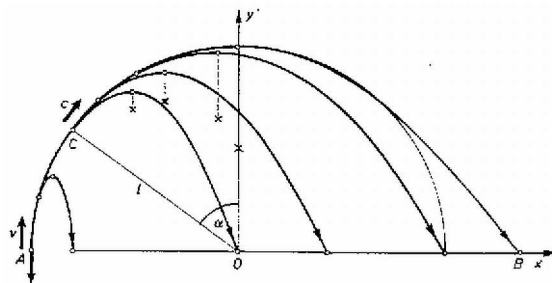
Elegendő csak azt az esetet vizsgálnunk, amikor felfelé indítjuk a fonál végén levő testet, mert ha lefelé indítanánk, akkor a másik oldalon az alsó félkör megtétele után ugyanakkora sebességgel indulna felfelé. A felfelé induló testet a fonál körpályára kényszeríti. A körmozgást fenntartó centripetális erő a fonál feszítő erejéből és a súlyerő fonálirányú komponenséből adódik össze. A mozgás során a súlyerő fonálirányú komponense növekszik, a centripetális erő pedig csökken, mivel a súlyerő érintőirányú komponense lassítja a körmozgást. Amint a súlyerő fonálirányú komponense eléri a centripetális erő értékét, a fonál meglazul és egy ferde hajítási feladattal állunk szemben, amelyben a kezdősebesség nagysága ismeretlen. Világos, hogy a fonál nem fog még egyszer megfeszülni, hiszen az eddig növekvő vízszintes sebességkomponens állandó marad, míg a függőleges még erőbben csökken. Ha a kezdősebesség v_0 , és a fonál ellazulása pillanatában a sebesség v , a fonálnak a vízszintessel bezárt szöge α , akkor

- (1) $mv^2/l = mg \cdot \sin \alpha$,
- (2) $mv_0^2/2 = mv^2/2 + mgl \cdot \sin \alpha$ (az energiatételből),
- (3) $l \cdot \cos \alpha = tv \cdot \sin \alpha$,
- (4) $l \cdot \sin \alpha = gt^2/2 - tv \cdot \cos \alpha$.

(3)-ból t -t, (1) és (2)-ből v^2 -et ill. $\sin \alpha$ -t kifejezve és (4)-be beírva azonnal nyerjük a végeredményt: $v_0 = \sqrt{\sqrt{3}lg}$. Tehát ekkora sebességgel kell indítanunk a testet, hogy a felfüggesztési ponton haladjon keresztül.

Romsics László (Baja, III. Béla Gimn., III. o. t.)
Pál Jenő (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Érdekes a feladat általánosítása, amikor a fonál végén levő test a vízszintes körátmérő bármely pontjába érkezik. Határozza meg a test helyzetét az α szög függvényében (l. az ábrát).



Annak a feltétele, hogy a test az a szöghöz tartozó C pontban hagyja el befelé a kört az, hogy C -ben a sebessége $c = \sqrt{gr \cos \alpha}$ legyen. Ezzel mint kezdősebességgel ferde hajítást végez. A hajítási pálya függvénye, ha a koordináta-rendszert a kör O középpontjába tesszük:

$$y = \frac{2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{2 \cos^3 \alpha} \cdot l - \text{tg}^2 \alpha \cdot x - \frac{1}{2l \cos^3 \alpha} \cdot x^2.$$

Ennek vizsgálata a következő eredményekre vezet. A vízszintes átmérőt ebben a pontban éri el a test:

$$x = l \left[-\sin^3 \alpha + \sqrt{\sin^6 \alpha + 2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \right].$$

A hajítási pálya csúcspontjának magassága, $y = l \cos \alpha (3 - \cos^2 \alpha) / 2$, fókuszának magassága $y = l \cos \alpha (3 - 2 \cos^2 \alpha) / 2$ és e két pont x -koordinátája $x = -l \sin^3 \alpha$.

Ábránk α szög 90° , 75° , $54,7^\circ$, 45° , 30° és 0° -os értékei mellett mutatja a pályákat. Az eredeti feladathoz $\alpha = 54,7^\circ$ tartozik. $\alpha = 45^\circ$ -nál van a fókusz a legmagasabban. A vízszintes átmérő másik, B végpontját $\alpha = 30^\circ$ -os indításnál éri el a test. $30^\circ > \alpha$ esetén a parabola pálya metszi az l sugarú kört, a metszéspontban a kötélt újra megfeszül, és a test „visszapattan”.

A pályák akkor jönnek létre, ha az elhagyás C pontjában a sebesség $c = \sqrt{gr \cos \alpha}$. Ha azt akarjuk, hogy A -ból történő függőleges indításnál C -ben ez legyen a sebesség, akkor A -ban függőlegesen $v = \sqrt{3gr \cos \alpha}$ sebességgel kell a testet felfelé elindítani.

(Vermes Miklós)