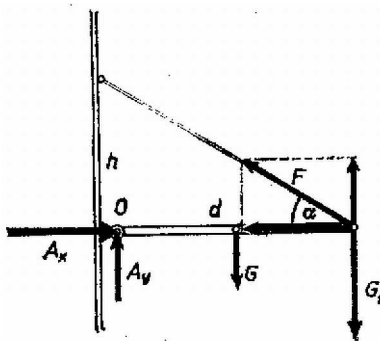


Feltételezzük a következőket: a rúd vízszintes tengelyű csuklóval csatlakozik a falhoz, tehát a kótél megnyúlása és a lehajlás miatt nem lép fel a rúdban rugalmas erő, továbbá a lehajlás miatt fellépő szögváltozás elhanyagolható.



1. ábra

Az erő egyensúly-egyenletei (1. ábra)

$$\begin{aligned} A_x - F \cos \alpha &= 0, \\ A_y + F \sin \alpha - G - G_1 &= 0. \end{aligned}$$

A forgatónyomatékok egyensúly-egyenlete (O pontra):

$$G \cdot \frac{d}{2} + G_1 \cdot d - F \cdot \sin \alpha \cdot d = 0$$

és

$$\sin \alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}}.$$

Az egyenleteket megoldva

$$F = \left(\frac{G}{2} + G_1 \right) \sqrt{1 + \frac{d^2}{h^2}}.$$

A megnyúlás

$$\lambda = \frac{F \cdot l}{E \cdot q}, \text{ ahol}$$

$l = \sqrt{d^2 + h^2}$ a kótél hossza és $q = r^2 \pi$ a keresztmetszete. Így

$$\lambda = \frac{\frac{G}{2} + G_1}{E \cdot q} \cdot \frac{h^2 + d^2}{h}.$$

A minimum helyen a függvény első differenciálhányadosa eltűnik. $\lambda = \min.$, ha

$$\left(\frac{h^2 + d^2}{h} \right)' = 1 - \frac{d^2}{h^2} = 0, \text{ azaz } h = d.$$

(A $h = -d$ érték fizikailag értelmetlen.)

$$\lambda_{\min} = \frac{\frac{G}{2} + G_1}{E \cdot q} \cdot 2d = 0,278 \text{ mm}$$

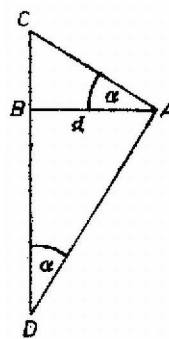
és a minimális megnyúláshoz tartozó kótél erő

$$F = \left(\frac{G}{2} + G_1 \right) \sqrt{2} = 24,74 \text{ kp.}$$

Fittler Katalin (Mosonmagyaróvár, Kossuth Gimn., II. o. t.)

Szabó László (Győr, Révai M. Gimn., M. o. t.)

Megjegyzés. A minimum kiszámítása más módszerrel is történhet.



1. ábra

A 2. ábráról felírható

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CA}, \quad CD = y = \frac{CA^2}{CB} = \frac{h^2 + d^2}{h}.$$

y szakaszt az A pont körül forgó derékszög két szára metszi ki a d távolságra fekvő egyenesből. Belátható, hogy y annál nagyobb, minél nagyobb CB és DB közül a nagyobbik. y akkor a legkisebb, amikor CB és DB közül a nagyobbik a legkisebb, tehát amikor egyenlők.

Fischer Ágnes (Bp. Móricz Zs. Gimn., III. o. t.)

Legyen $h = d + x$, ekkor belátható, hogy az $y = \frac{d^2 + (d + x)^2}{d + x}$ kifejezés minimuma $x = 0$ -nál van. Ugyanis induljunk ki abból, hogy $x^2 \geq 0$ (az egyenlőség $x = 0$ esetén áll fenn).

Mindkét oldalhoz adjunk $2d^2 + 2dx$ -et:

$$d^2 + d^2 + 2dx + x^2 \geq 2d^2 + 2dx.$$

Ezért

$$d^2 + (d + x)^2 \geq 2d(d + x).$$

Mivel $h = d + x > 0$, írhatjuk, hogy

$$\frac{d^2 + (d + x)^2}{d + x} \geq 2d.$$

Egyenlőség akkor van, ha $x = 0$, azaz ha $h = d$.

Nagy András (Budapest, Fazekas M. Gimn., II. o. t.)