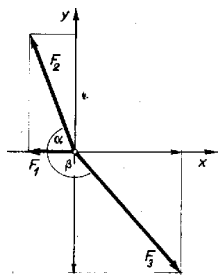


I. megoldás. A nyugalmi feltétel miatt a három erő vektori összege zérus, így bármely irányba eső komponenseik összege is az. Bontsuk fel F_2 -t és F_3 -at F_1 irányú és erre merőleges összetevőkre.



1. ábra

Ekkor $F_2 \sin \alpha = F_3 \sin (180^\circ - \beta)$ azaz

$$(1) \quad F_2 \sin \alpha = F_3 \sin \beta,$$

és $F_1 + F_2 \cos \alpha = F_3 \cos (180^\circ - \beta),$ azaz

$$(2) \quad F_1 + F_2 \cos \alpha = -F_3 \cos \beta.$$

(1)-ből

$$\cos^2 \beta = \frac{F_3^2 - F_2^2 \sin^2 \alpha}{F_3^2},$$

(2)-t $\cos \beta$ -ra rendezve és négyzetre emelve:

$$\frac{F_1^2}{F_3^2} + \frac{F_2^2}{F_3^2} + \cos^2 \alpha + \frac{2F_1 F_2 \cos \alpha}{F_3^2} = \frac{F_3^2 - F_2^2 \sin^2 \alpha}{F_3^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_3^2 - F_2^2 - F_1^2}{2F_1 F_2}.$$

Tehát:

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{F_3}{F_1} \cdot \frac{F_3}{F_2} - \frac{F_1}{F_2} - \frac{F_2}{F_1} \right).$$

Hasonlóan határozhatjuk meg $\cos \beta$ -t:

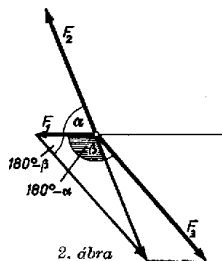
$$\cos \beta = \frac{1}{2} \left(-\frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{F_2}{F_3} + \frac{F_3}{F_1} + \frac{F_1}{F_3} \right).$$

Ha $F_1 = 1$ kp, $F_2 = 2,5$ kp, $F_3 = 3$ kp, akkor

$$\alpha = 69^\circ 31', \quad \beta = 128^\circ 40'.$$

Szolcsányi György (Bp., I. István Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Egyensúly esetén bármelyik két erő eredője a harmadikkal egyenlő nagyságú és ellentétes irányú.



2. ábra

Ha az erők arányát ismerjük, F_1 -nek, F_2 -nek, F_3 -nak arányos értékeket adva a cosinus tétellel kiszámíthatjuk a $180^\circ - \alpha$, $180^\circ - \beta$ szögeket.

$$\text{PL. } F_1^2 - F_2^2 - 2F_1 F_2 \cos(180^\circ - \alpha) = F_3^2,$$

$$F_1^2 - F_2^2 - 2F_1 F_2 \cos \alpha = F_3^2,$$

$$\cos \alpha = \frac{F_3^2 - F_2^2 - F_1^2}{2F_1 F_2} \text{ stb.}$$

Petz Dénes (Bp., Veres Pálné Gimn., II. o. t.)