

Az asztallap és az eldobott golyó között sebességkülönbség van. Mivel a golyó súlya nyomja az asztalt, súrlódási erő lép fel. Ez mindaddig fennáll, amíg a golyónak az asztallal érintkező pontja és az asztal között sebességkülönbség van. Amikor ez megszűnik, akkor $r \cdot \omega = v$, ahol r a golyó sugara, ω a szögsebesség és v a súlypont sebessége (tisztá csúszásmentes gördülés).

A fellépő súrlódási erő nagysága $S = \mu mg$, ennek forgatónyomatéka $M = \mu mgr$. A merev test mozgásának alapegyenleteit felírjuk, felhasználva, hogy a tömör homogén golyó tehetetlenségi nyomatéka $(2/5)mr^2$:

$$a = S/m = \mu g; \quad v = v_0 - at; \quad s = v_0 t - (a/2)t^2;$$

$$\beta = \frac{M}{I} = \frac{\mu mgr}{(2/5)mr^2} = (5/2)\mu g/r; \quad \omega = \beta t.$$

A tiszta gördülés beálltának pillanatában $r \cdot \omega = v$, azaz a fentiekből

$$t_1 = \frac{v_0}{a + r\beta} = \frac{2}{7} \frac{v_0}{\mu g}.$$

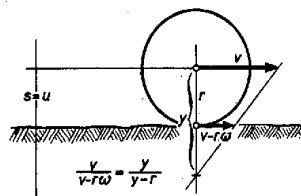
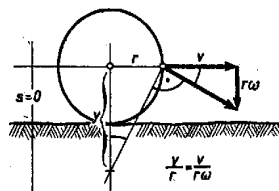
Ekkor a sebesség

$$v_1 = v_0 \frac{r\beta}{a + r\beta} = (5/7) v_0,$$

és az eddig megtett út

$$s_1 = \frac{12}{49} \frac{v_0^2}{\mu g}.$$

A pillanatnyi forgástengely biztosan rajta lesz a súlyponton átmenő, az asztallapra merőleges egyenesen, hiszen a súlypont sebessége párhuzamos az asztallappal. A pillanatnyi forgástengelynek a súlyponttól való távolságát az ábrákon látható módok egyikével célszerű kiszámítani.



$$\frac{y}{r} = \frac{v}{r\omega}, \quad \text{ill.} \quad \frac{v}{v - r\omega} = \frac{y}{y - r}.$$

$$\text{Így } y = v/\omega = (v_0 - at)/(\beta t) = \frac{2r}{5} \left[\frac{v_0}{\mu g t} - 1 \right].$$

Ezzel megkaptuk a pillanatnyi forgástengely helyének időfüggését: a súlypont $t = 0$ -beli helyétől $t = t_1$ -ig vízszintes irányban $s = v_0 t - at^2/2$,

$$\text{függőleges irányban } y = \frac{2rv_0}{5\mu g} \frac{1}{t} - \frac{2r}{5}$$

(lefelé az asztallap alatt van). E fenti két egyenlet t -ben egy paraméteres egyenletrendszer, amiből a paramétert kiküszöbölhetjük, és akkor megkapjuk a pillanatnyi forgástengely helyének (pontosabban a súlyponttól való távolságának) a megtett úttól való függését. Ez

$$y(s) = \left[\frac{1}{1 - \sqrt{1 - \frac{2\mu g}{v_0^2} s}} - 1 \right] \frac{2r}{5},$$

$t > t_1$ -re pedig $s = s_1 + v_1(t - t_1)$; $y = r$.