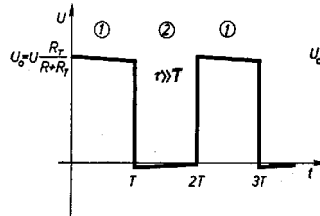


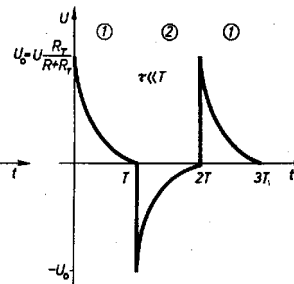
I. megoldás. a) Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor az időállandó nagyon nagy a kapcsolgatás periódusidejéhez képest.

A kapcsoló 1-es állásában a kondenzátor az $R + R_T$ ellenálláson keresztül elkezd feltöltődni. A kezdetben $I = U/(R + R_T)$ nagyságú töltőáram exponenciálisan csökken, a feltételezett nagy időállandó miatt azonban az átkapcsolás pillanatáig elenyésző ez a csökkenés. Így az R_T ellenálláson eső kezdeti $U_0 = U \frac{R_T}{R + R_T}$ feszültség is csak nagyon lassan csökken.

A kapcsolót 2-es állásba téve a kondenzátorba betáplált töltések ellenkező irányban áramlanak át az R_T ellenálláson, így azon U_0 feszültségugrás jön létre. Feltevésünk szerint azonban ez a negatív feszültség elhanyagolható. Az R_T ellenálláson tehát gyakorlatilag U_0 amplitúdójú négyszögfeszültség jelenik meg (1. ábra).



1. ábra



2. ábra

b) Ha az időállandó nagyon kicsi a szaggatás periódusidejéhez képest, akkor a kondenzátor jóformán teljesen feltöltődik az U feszültségre, így az R_T ellenálláson kezdetben megjelenő $U_0 = U \frac{R_T}{R + R_T}$ feszültség gyorsan leesik nullára. A kapcsolót a 2-es állásba hozva a telep szerepét a kondenzátor veszi át, és pontosan ugyanaz játszódik le a fordított irányban (2. ábra).

Szalai Gábor (Bp., Piarista Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Oldjuk meg a feladatot általánosan, amikor a $\tau = (R + R_T)C$ időállandó és a kapcsolgatási frekvencia viszonyára nem teszünk semmiféle kikötést. Tegyük fel, hogy a kapcsoló egyaránt T ideig van az 1-es és a 2-es állásban. (Akit érdekel a probléma, megoldhatja úgy is, hogy a T_1 és T_2 különböző.)

Ha a kapcsoló 2-es állapotba való kapcsolásának pillanatában $Q^{(2)}$ töltés van a kondenzátorban, akkor t idő múlva

$$(1) \quad q(t) = Q^{(2)} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

lesz. A feszültsége pedig

$$(2) \quad U_C^{(2)}(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{Q^{(2)}}{C} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Ha az 1-es állásba való kapcsolás pillanatában $Q^{(1)}$ töltés van a kondenzátoron, akkor úgy foghatjuk fel a dolgot, hogy egyszerre két folyamat játszódik le (szuperpozíció elve), egyrészt a $Q^{(1)}$ töltésű kondenzátor az (1) egyenletnek megfelelő módon kisül, másrészt az U feszültségű telep az $R + R_T$ ellenálláson keresztül az exponenciális függvény szerinti árammal tölti a kondenzátort. Így az eredő töltés:

$$(3) \quad q(t) = Q^{(1)} e^{-\frac{t}{\tau}} + C \cdot U \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

és a kondenzátor feszültsége:

$$(4) \quad U_C^{(1)} = \frac{Q^{(1)}}{C} e^{-\frac{t}{\tau}} + U \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right].$$

Eddig a két állásban csak általánosságban vizsgáltuk, hogy mi a helyzet akkor, ha bizonyos kezdeti töltés van a kondenzátoron, most ennek a kezdeti töltésnek (ill. feszültségnek) a pontos meghatározását tűzzük ki feladatul.

Tegyük fel, hogy a $t = 0$ pillanatban a kapcsoló 1-es állásban van, és a kondenzátor töltése $Q_0^{(1)} = 0$, vagyis ekkor kezdődik a feltöltődés. A (3) képlet szerint

$$q(t) = C \cdot U \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right].$$

Tehát $t = T$ -kor a 2-es állásba való első átkapcsolás pillanatában a kondenzátor töltése

$$Q_1^{(2)} = CU \left[1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right].$$

T idő alatt ez lecsökken

$$Q_1^{(1)} = Q_1^{(2)} \cdot e^{-\frac{T}{\tau}} = CU \left[1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right] \cdot e^{-\frac{T}{\tau}}$$

értékre. Vagyis az első 1-es állásba való átkapcsolás után a töltődés ennyi töltésnek a jelenlétében kezdődik. A (3) formula szerint a T idő alatt ebből

$$Q_2^{(2)} = Q_1^{(1)} e^{-\frac{T}{\tau}} + CU \left[1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right] = CU \left[1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right] \cdot \left[e^{-\frac{2(1-1)T}{\tau}} + e^{-\frac{2(2-1)T}{\tau}} \right]$$

lesz. Vagyis ennyi töltés kezd kisülni a második 2-es állásba való átkapcsolás pillanatában. Ebből már látszik az a szabály, hogy a k -adik 2-es állásba való átkapcsolás pillanatában a kondenzátor töltése:

$$Q_k^{(2)} = CU \left[1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right] \cdot \left[1 + e^{-\frac{2T}{\tau}} + e^{-\frac{4T}{\tau}} + \dots + e^{-\frac{2(k-1)T}{\tau}} \right].$$

A második zárójelben található mértani sort összegezve:

$$Q_k^{(2)} = C \cdot U \cdot \left[1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right] \frac{1 - e^{-\frac{2T}{\tau}k}}{1 - e^{-\frac{2T}{\tau}}} = C \cdot U \cdot \frac{1 - e^{-\frac{2T}{\tau}k}}{1 + e^{-\frac{T}{\tau}}},$$

ahol felhasználtuk azt, hogy

$$1 - e^{-\frac{2T}{\tau}} = \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right) \cdot \left(1 + e^{-\frac{T}{\tau}} \right).$$

Ebből egyszerűen $e^{-\frac{T}{\tau}}$ -val szorozva kapjuk a k -adik 1-es állásba való kapcsolás pillanatában a kondenzátoron levő töltést:

$$Q_k^{(1)} = C \cdot U \frac{1 - e^{-\frac{2T}{\tau}k}}{1 + e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-\frac{T}{\tau}}.$$

A $Q_k^{(1)}$ és $Q_k^{(2)}$ kezdeti töltéseket a (2) és (4) egyenletekbe helyettesítve tetszőleges időpontban felírhatjuk a kondenzátor feszültségét. Ebből a k -adik 1-es állásban az R_T ellenálláson eső feszültség:

$$U_T^{(1)}(t)_k = (U - U_C^{(1)}(t)_k) \frac{R_T}{R + R_T} = U_0 \frac{1 + e^{-\frac{T}{\tau}(2k+1)}}{1 + e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-\frac{t}{\tau}},$$

a k -adik 2-es állásban pedig

$$U_T^{(2)}(t)_k = -U_C^{(2)}(t)_k \cdot \frac{R_T}{R + R_T} = -U_0 \frac{1 - e^{-\frac{T}{\tau} \cdot 2k}}{1 + e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Összefoglalva tehát a k -adik 1-es állás elején az R_T -n eső feszültség

$$(5) \quad U_T^{(1)}(t=0)_k = U_0 \frac{1 + e^{-\frac{T}{\tau}(2k+1)}}{1 + e^{-\frac{T}{\tau}}},$$

amely exponenciálisan csökken az

$$(6) \quad U_T^{(1)}(t=T)_k = U_0 \frac{1 + e^{-\frac{T}{\tau}(2k+1)}}{1 + e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-\frac{T}{\tau}}$$

értékre. A $(k+1)$ -edik 2-es állásba való kapcsoláskor U_0 feszültségugrás következik be, ezért

$$(7) \quad U_T^{(2)}(t=0)_{k+1} = -U_0 \frac{1 - e^{-\frac{T}{\tau}2(k+1)}}{1 + e^{-\frac{T}{\tau}}} = U_T^{(1)}(T)_k - U_0,$$

ez is exponenciálisan csökken az

$$(8) \quad U_T^{(2)}(t=T)_{k+1} = -U_0 \frac{1 - e^{-\frac{T}{\tau}2(k+1)}}{1 + e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-\frac{T}{\tau}} = U_T^{(1)}(0)_{k+1} - U_0$$

értékre, innen az 1-es állapotba egy újabb U_0 feszültségugrással kerül.

