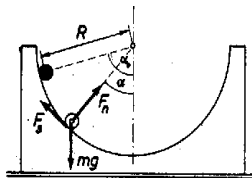


A golyókra hat súlypontjukban az mg súlyerő, a pályával való érintkezési pontban a pálya F_n reakcióereje és az F_s tapadási súrlódási erő. Ezek eredőjének érintőleges komponense adja a gyorsító erőt, sugárirányú komponense biztosítja a centripetális erőt, s az F_s súlypontra vonatkoztatott $M = F_s \cdot r$ forgatónyomatéka forgatja a golyókat. Tehát:

$$\begin{aligned} (1) \quad & mg \sin \alpha - F_s = ma, \\ (2) \quad & mv^2/R = F_n - mg \cos \alpha, \\ (3) \quad & F_s \cdot r = I \cdot \beta, \end{aligned}$$

ahol R a kis golyók középpontja által leírt kör sugara.



A mechanikai energiamegmaradás tétele szerint a helyzeti energia csökkenése a szerzett mozgási és forgási energia összege:

$$(4) \quad MgR(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = mv^2/2 + I\omega^2/2.$$

A gördülés csúszásmentes, tehát $a = \beta r$. Homogén golyóinknál $I = (2/5)mr^2$. Ezeket felhasználva egyenleteinkből kapjuk:

$$F_s = (2/7)mg \sin \alpha, \quad F_n = mg \cos \alpha + (10/7)mg(\cos \alpha - \cos \alpha_0).$$

Az M tömegű testre az Mg súlyerőn kívül a golyók az F_s és F_n erők ellenerőivel, az alatta levő síklap pedig az F reakcióerővel hat. A szimmetrikus elhelyezkedés miatt a golyók erőhatásának vízszintes összetevői közömbösítik egymást, a függőlegesek pedig összeadódnak, tehát M nyugalmi helyzete esetén az alapot nyomó erő

$$F = Mg + 2(F_n \cos \alpha + F_s \sin \alpha).$$

Ide behelyettesítve F_s és F_n már megkapott értékét, felhasználva $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ -et:

$$F = (2/7)mg[2 + 5 \cos \alpha(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)] + Mg.$$

Látjuk, a nyomóerő α -val növekszik, mint az várható is volt.

A nyomóerő méréséhez olyan eszköz kell, amely egyrészt nagyon kis elmozdulással tud mérni (ez azért kell, mivel M gyorsulása meghamisítaná az eredményt), másrészt kicsi a tehetetlensége, gyorsan reagál a változásra. Ennek lehetséges megvalósításai:

1. piezoelektromos kristály, amelynél a nyomás hatására fellépő feszültséget mérni kell;
2. erős rugóból készült erőmérő, melynek elmozdulása nagyon kicsi, s ez a kis elmozdulás pl. kondenzátorlemezek távolságát változtatja, ami rezgőkört hangol el.

A golyók mozgása közben változó nyomóerő követése megfelelő regisztráló szerkezettel történhet, pl. forgó hengerre írószerkezettel történő kiírás, film stb.

Gyimesi Ferenc (Győr, Révai M. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A csúszásmentes gördülés feltétele:

$$\mu \geq \frac{F_s}{F_n} = \frac{(2/7)mg \sin \alpha}{(mg/7)[17 \cos \alpha - 10 \cos \alpha_0]} = \frac{2 \sin \alpha}{17 \cos \alpha - 10 \cos \alpha_0}.$$

α csökkenésével a súrlódási együttható minimális értéke is csökken, tehát kiinduláskor a legnagyobb: $(2/7) \tan \alpha_0$. Ezért akkor csúszásmentes mindvégig a gördülés, ha $\mu \geq (2/7) \tan \alpha_0$.

Maróti Péter (Szeged, Ságvári E. Gimn., IV. o. t.)

2. Azt az érdekes eredményt nyertük, hogy a nyomóerő független a golyók és a pálya sugarától.
3. Sok versenyző nem vette figyelembe, hogy a helyzeti energia nemcsak mozgási, hanem forgási energiává is alakul, s egy-két kivétellel senki nem vette számításba a tapadó súrlódásból származó erő alaplapt nyomó összetevőjét.