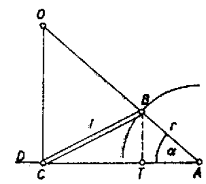
I. megoldás. *a)* A **BC** rúd pillanatnyi forgástengelye a rúd két végpontjának sebességvektorára emelt merőlegesek metszéspontja (1. ábra).



1. ábra

Mivel **B** pont sebessége merőleges a sugárra, **C** pont pedig **AD**-n mozog, tehát **r** meghosszabbításának és az **AC**-re **C**-ben emelt merőlegesnek a metszéspontja lesz a keresett pont (**0**).

b) Legyen $\overline{BC}$ szögsebessége ω_0 **B** sebessége az **A** körüli forgásból:

$$v_B = r \cdot \omega,$$

az 0 körüli forgásból, az 1. ábra szerint:

$$v_B = \overline{OB} \cdot \omega_0.$$

A kettőből:

(1)
$$\omega_0 = \frac{r}{\overline{OB}} \cdot \omega.$$

A párhuzamos szelők tétele alapján

$$\frac{r}{\overline{OB}} = \frac{\overline{AT}}{TC} = \frac{r \cdot \cos\alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \cdot \sin^2\alpha}}.$$

Tehát

$$\omega_0 = \frac{r \cdot \omega \cdot \cos\alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \cdot \sin^2\alpha}},$$

c) Legyen **C** sebessége v.

Az **0** körüli forgás miatt:

$$v = \overline{OC} \cdot \omega_0,$$

(1)-et felhasználva

$$v = \frac{\overline{OC} \cdot r \cdot \omega}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OA} \cdot \sin\alpha \cdot r \cdot \omega}{\overline{OB}}.$$

A párhuzamos szelők tétele szerint:

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{CT}} = \frac{\overline{CT} + \overline{TA}}{\overline{CT}} = 1 + \frac{\overline{TA}}{\overline{CT}} = 1 + \frac{r \cdot \cos\alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \cdot \sin^2\alpha}}.$$

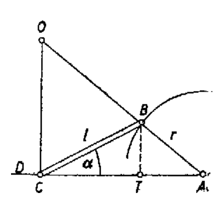
Tehát

$$v = \left(1 + \frac{r \cdot \cos\alpha}{\sqrt{l^2 - r^2 \cdot \sin^2\alpha}}.\right) \cdot r \cdot \sin\alpha \cdot \omega.$$

Antal Miklós (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., III. o. t.) megoldása alapján

II. megoldás. Mivel a közölt ábra és a szöveg α megadásában ellentmondó volt, a feladatot úgy is megoldjuk, hogy az ábrán jelölt α függvényében fejezzük ki a kérdéses adatokat. (Mindkét megoldást helyesnek fogadtuk el.)

Ebben a megoldásban (2. ábra) az *a)* kérdésre adott válasz egyezik az. előzővel.



2. ábra

b) Az előzőekkel megegyezően:

$$\omega_0=\frac{r}{\overline{OB}}\cdot\omega. \tag{1}$$

A 2. ábra szerint, ha $\alpha<90^\circ$:

$$\frac{r}{\overline{OB}}=\frac{\overline{AT}}{\overline{TC}}=\frac{\sqrt{r^2-l^2\cdot\sin^2\alpha}}{l\cdot\cos\alpha}.$$

Tehát

$$\omega_0=\frac{\sqrt{r^2-l^2\cdot\sin^2\alpha}}{l\cdot\cos\alpha}\cdot\omega$$

c) A **C** pont sebessége ismét:

$$v=\overline{OC}\cdot\omega_0=\frac{\overline{OC}\cdot r\cdot\omega}{\overline{OB}}.$$

Az ábrából

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{BT}}=\frac{\overline{CA}}{\overline{TA}}\quad\text{és}\quad\frac{r}{\overline{OB}}=\frac{\overline{AT}}{\overline{CT}}.$$

Összeszorozva

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{CA}\cdot\overline{BT}}{r\cdot\overline{CT}}=\frac{(\overline{CT}+\overline{TA})\cdot\overline{BT}}{\overline{CT}\cdot r}=\left(1+\frac{\sqrt{r^2-l^2\cdot\sin^2\alpha}}{l\cdot\cos\alpha}\right)\cdot\frac{l\cdot\sin\alpha}{r}.$$

Tehát

$$v=\left(l\cdot\sin\alpha+\operatorname{tg}\alpha\sqrt{r^2-l^2\cdot\sin^2\alpha}\right)\cdot\omega.$$

Láz József (Bp., Eötvös J. Gimn., III. o. t.) megoldása alapján

Megjegyzés. 1. Az utóbbi megoldásnál, ha **B** II. és III. negyedben van, a négyzetgyökös tag előjelét negatívnak kell venni, mert $ABC\ \Delta$ tompaszögű.

2. A két eredmény egymásba átalakítható, mert a sinus-tétel szerint

$$\mathbf{l}:r=\sin(BAC\sphericalangle):\sin(BCA\sphericalangle).$$

Gyimesi Ferenc (Győr, Révai G., M. o. t.) és *Sailer Kornél* (Ózd, József A. G., III.. o. t.) a szögnegyedek szerinti diszkussziót, illetve a pillanatnyi forgástengely egyenletét is megadta megoldásában (1 pont).