

I. megoldás. A lejtőn a testre ható súrlódási erő $\mu mg \cos \alpha$, így a súrlódás ellen végzett munka $\mu mg \cos \alpha \cdot s$. A mechanikai energia csökkenése egyenlő a súrlódás ellen végzett munkával:

$$(1/2)mv_0^2 - (1/2)mv_1^2 - mg(s_1 + s_2) \sin \alpha = (\mu_1 s_1 + \mu_2 s_2) mg \cos \alpha.$$

Mivel $\sin \alpha = h/l$, $\cos \alpha = \sqrt{l^2 - h^2}/l$ -lel, az utolsó szakaszra lépés sebessége:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - \frac{2g}{l} [(s_1 + s_2)h + (\mu_1 s_1 + \mu_2 s_2)\sqrt{l^2 - h^2}]}.$$

Ha ezen a test s_3 út megtétele után megáll, akkor

$$(1/2)mv_1^2 - mgs_3 \sin \alpha = mg\mu_1 s_3 \cos \alpha, \quad \text{s innen}$$

$$s_3 = \frac{v_1^2}{2g(\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha)} = \frac{lv_1^2}{2g(h + \mu_1 \sqrt{l^2 - h^2})}.$$

Ha $s_3 > l - (s_1 + s_2)$, akkor a test elhagyja a lejtőt. Numerikus adataink esetén ez következik be, ui.

$$v_1 = 6,7 \text{ ms}^{-1}, \quad s_3 \approx 7 \text{ m-t kapunk.}$$

A lejtőről lerepülve a test ferde hajítást szenved, s a földbe való becsapódásakor helyzeti energiája ugyanaz, mint a lejtőn való indításkor, így mozgási energiája csak a súrlódási munkával csökken:

$$(1/2)mv_0^2 - (1/2)mv_1^2 = [(l - s_2)\mu_1 + s_2\mu_2] mg \cos \alpha,$$

ahonnan

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \text{-lel a földetérés sebessége:}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - \frac{2g\sqrt{l^2 - h^2}}{l} [\mu_1(l - s_2) + \mu_2 s_2]},$$

adatainkkal $v \approx 6,8 \text{ m/s}^{-1}$.

Pongrácz Ferenc (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Megoldható a feladat az energiamegmaradás elvének felhasználása nélkül is. A lejtőn felfelé mozgó test (negatív) gyorsulása: $a = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$, így az egyes szakaszokra:

$$v_0 t_1 - g(\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha) t_1^2 / 2 = s_1, \quad v_1 = v_0 - g(\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha) t_1,$$

$$v_1 t_2 - g(\sin \alpha + \mu_2 \cos \alpha) t_2^2 / 2 = s_2, \quad v_2 = v_1 - g(\sin \alpha + \mu_2 \cos \alpha) t_2,$$

$$v_2 t_3 - g(\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha) t_3^2 / 2 = l - (s_1 + s_2), \quad v_3 = v_2 - g(\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha) t_3.$$

Ezek az egyenletek sorra megoldhatók, s adatainkkal:

$$v_2 \approx 6,7 \text{ m/s}^{-1}, \quad v_3 \approx 6,5 \text{ m/s}^{-1}.$$

A test a lejtőről lerepülve $v_3 \sin \alpha$, $v_3 \cos \alpha$ sebességösszetevőkkel ferde hajítást szenved, melyre $v_3 \sin \alpha t_4 - (1/2)gt_4^2 = h$ és a becsapódási sebesség függőleges összetevője $v_4 = v_3 \sin \alpha - gt_4$, a teljes sebesség pedig: $v = \sqrt{(v_3 \cos \alpha)^2 + v_4^2}$, adatainkkal $v \approx 6,8 \text{ m/s}^{-1}$.

Terlaky Edit (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. A megoldások összevetéséből látható, hogy az energiamegmaradás elvének felhasználása mennyit egyszerűsít a problémán.

2. Sokan tévesen a lejtőn való mozgásnál a $v = \sqrt{2as}$, mások a hajításnál a $h = gt^2/2$ képletet használták, nem törődve azzal, hogy ezek csak zérus kezdősebesség esetén érvényesek.

3. Sok versenyző nem vette tudomásul, hogy a numerikus adatok azért vannak megadva, hogy az eredményt azokkal is kiszámítsák. Ez már csak azért is fontos, mert az adatoktól függően különböző lefolyású lehet a mozgás. Az ilyen mulasztás pontvesztést jelent.