

Tételezzük fel, hogy a kényszerfeltétel olyan, hogy az l hosszúságú rúd egyik vége mindig a függőleges fal mentén, a másik vége vízszintesen csúszik. A rúd két végének sebessége tehát függőleges, illetve vízszintes irányú. A forgástengelyt a sebességekre merőleges irányban kell keresni, tehát a forgástengely az $OARB$ téglalap R csúcsa. Mivel a téglalap két átlója megegyezik, az R pont távolsága az O ponttól mindig l . Ebből látszik, hogy a forgástengely az O pont körüli l sugarú körön helyezkedik el.

Homogén rudat feltételezve, a súlypont a rúd közepében van, amely pont egyben az $OARB$ téglalap középpontja is. Ez a pont az O ponttól mindig $l/2$ távolságra van, tehát a súlypont egy O középpontú $l/2$ sugarú körön mozog.

A végpontok sebességét a rúd vízszintes helyzetbe jutásának pillanatában az energiátételből lehet legkönnyebben meghatározni. Kezdetben a rúdnak helyzeti energiája van:

$$E_H = mg \frac{l}{2}$$

($l/2$ a súlypont kezdeti magassága), és ez egyezik meg a végső energiával. Hogy a mozgás létrejöjjön, a rudat ki kell mozgatni labilis egyensúlyi helyzetéből. Mivel ehhez már bármilyen kicsi elmozdulás is elég, energiában járulékot nem ad.

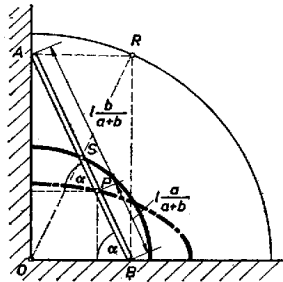
A végső helyzetben a rúd már csak mozgási energiával rendelkezik, mely a forgástengelyre vonatkoztatva forgási energia,

$$E_F = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

ahol $I = \frac{1}{3} ml^2$. Mivel a rúd vízszintes helyzetbe jutásakor a B pont forgástengely, $v_B = 0$, $v_A = \omega l$. Ebből

$$mg \frac{l}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} ml^2 \left(\frac{v_A}{l} \right)^2, \\ v_A = \sqrt{3gl}; \quad v_B = 0.$$

Ha a rudat a/b arányban felosztjuk, akkor az egyik rész $l \frac{a}{a+b}$, a másik rész $l \frac{b}{a+b}$ hosszúságú.



Az ábra szerint a P pont koordinátái

$$x = l \frac{b}{a+b} \cos \alpha; \quad y = l \frac{a}{a+b} \sin \alpha,$$

és a két egyenletből α kiküszöbölésével

$$\frac{x^2}{\left(l \frac{b}{a+b} \right)^2} + \frac{y^2}{\left(l \frac{a}{a+b} \right)^2} = 1,$$

központi helyzetű ellipszis egyenletét kapjuk.

Szörényi András (Pécs, Széchenyi I. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Ha a kényszerfeltételt csak egy függőleges fal képviseli, akkor súrlódás nélküli esetben a rúd eltávolodik a faltól mozgása folyamán. A fal mentén történő lecsúszás csak olyan sínes szerkezettel oldható meg, mely biztosítani tudja, hogy a kényszererő mindkét irányba hasson.

Bajmóczy E., Büttner Gy., Nagy Zs., Talács L., Végvári I.