

A találkozásig a hang útja

$$(1) \quad s_1 = \sqrt{r^2 + (r^2/4) \pm 2r(r/2) \cos \alpha} = v_1 t,$$

az autó útja pedig

$$(2) \quad s_2 = r \cdot \alpha = v_2 t,$$

ahol α az autó útjához tartozó középponti szög radiánban; r a pálya sugara, v_1 a hang sebessége, v_2 az autóé. Az (1) egyenletben a negatív előjel akkor érvényes, ha a hangforrás a kör középpontja és az autó között van, a pozitív előjel pedig akkor, ha a középpont ellenkező oldalán.

Az (1) és (2) egyenleteket egymással elosztva, majd négyzetre emelve, α -ra az

$$(3) \quad 5/4 \pm \cos \alpha = (v_1/v_2)^2 \alpha^2$$

egyenletet kapjuk.

A (2) egyenletből α -t (3)-ba helyettesítve, a kapott egyenletet grafikusan megoldhatjuk, és t -re a hangforrás helyétől függően 1,01 s, ill. 2,98 s értékeket kapunk.

A (3) egyenletet másképpen is megoldhatjuk. Használjuk fel, hogy kicsi α -ra

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx 1 - 2 \cdot \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \frac{\alpha^2}{2}.$$

Ekkor

$$\alpha = \sqrt{\frac{\frac{5}{4} \pm 1}{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \pm \frac{1}{2}}}, \quad t = r \sqrt{\frac{\frac{5}{4} \pm 1}{v_1^2 \pm \frac{v_2^2}{2}}}$$

A számértékekkel 1,01 és 2,98 s-ot kapunk.

Varga László (Zalaegerszeg, Ságvári E. g. III. o. t.)