

Az Egyenlítőn leejtett testnek a gyorsulása az égitest középpontja felé két gyorsulás összege. Az egyik a sugár megváltozása által bekövetkező gyorsulás (g), a másik a centripetális gyorsulás ($\omega^2 r$), mivel a tengely körüli forgás miatt a test körmozgást is végez. Newton II. törvénye szerint a tömeg és a gyorsulás szorzata

$$(1) \quad m(g + \omega^2 r) = f \frac{Mm}{|r^2|},$$

a gravitációs erő, ahol M a bolygó tömege, f a gravitációs állandó, r a bolygó sugara, ω a bolygó tengely körüli keringésének körfrekvenciája.

Mivel h magasságból t idő alatt ér le egy leejtett test

$$(2) \quad h = \frac{g}{2} t^2.$$

Írjuk fel az R sugárral és T keringési idővel rendelkező m tömegű holdra Newton II. törvényét:

$$(3) \quad m' \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R = f_3 \frac{Mm'}{R^2}.$$

Az (1), (2) és (3) egyenletből meghatározhatjuk a bolygó saját tengely körüli forgásának periódusidejét, de célszerűbb a vele egyenértékű körfrekvencia négyzetét kiszámítani.

Az (1) és (2) egyenletből

$$\frac{2h}{t^2} + \omega^2 r = f \frac{M}{r^2},$$

és ebbe helyettesítjük be a (3) egyenletből kiszámított fM -et

$$\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \left(\frac{R}{r} \right)^3 - \frac{2h}{rt^2}.$$

Ilyen körfrekvenciával keringő bolygó sugara legyen ϱ , akkor (3) felhasználásával

$$m'' \varrho \omega^2 = f \frac{Mm''}{\varrho^2},$$

$$\varrho^3 = \frac{fM}{\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 - \frac{2h}{rt^2}}, \quad \varrho = R \frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{R}{r} \right)^3 - \left(\frac{2h}{r} \right) \left(\frac{T}{2\pi t} \right)^2}}.$$

Behelyettesítve a számértékeket,

$$\frac{R}{r} = \frac{3}{4} \cdot 10^2, \quad \frac{2h}{r} = 26 \cdot 10^{-6}; \quad \frac{T}{2\pi t} = \frac{10^6}{8}, \quad \text{így}$$

$$\varrho = 3 \cdot 10^5 \text{ km} \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{27}{4^3} \cdot 10^6 - (26 \cdot 10^{-6}) \frac{10^{12}}{8^2}}} = 12\,000 \text{ km}.$$

Szentmiklósi László (Kiskunhalas, Szilády Á. g. III. o. t.)