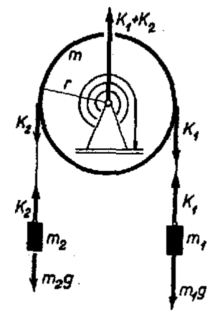
A rendszer mozgásának jellemzésére alkalmazzuk a mozgásegyenleteket. Írjuk fel Newton második törvényét a két tömegpontra. A tömegpontok gyorsulása legyen lefelé irányítva, és a kötélerők legyenek K_1 és K_2.



$$m_1a_1 = m_1g - K_1;$$
$$m_2a_2 = m_2g - K_2.$$

A forgómozgás alapegyenletéből a korongra az

$$I\beta = (K_1 - K_2)r - D\varphi$$

egyenletet kapjuk, ahol $(K_1 - K_2)r$ az m_1 és m_2 tömegek által létrehozott forgatónyomaték, $-D\varphi$ a spirálrugó forgatónyomatéka, $I = (1/2)mr^2$ a korong tehetetlenségi nyomatéka és β a szöggyorsulás.

Abból a kényszerfeltételből, hogy a fonál nyújthatatlan és hogy csúszásmentesen van a kötélre csavarva, kapjuk, hogy

$$\beta = \frac{a_1}{r} = -\frac{a_2}{r}; \quad \text{és} \quad \varphi = \frac{y}{r} \quad (y \text{ a kitérés}).$$

Behelyettesítve a mozgásegyenletekbe:

$$m_1a_1 = m_1g - K_1,$$
$$-m_2a_1 = m_2g - K_2,$$

$$\frac{1}{2}mr^2\frac{a_1}{r} = (K_1 - K_2)r - D\frac{y}{r}.$$

E három egyenletből rendezés után:

$$\left(\frac{1}{2}m + m_1 + m_2\right)a_1 = -D\frac{y}{r^2} + (m_1 - m_2)g.$$

Ez az egyenlet megfelel egy $\frac{1}{2}\,m + m_1 + m_2$ tömegű és $\frac{D}{r^2}$ direkciós erejű rugó mozgásegyenletének, mely $(m_1 - m_2)g$ erővel van feszítve. A mozgás harmonikus rezgőmozgás lesz, és a feszítés csak az egyensúlyi helyzet eltolódását jelenti. Ennek a rezgőmozgásnak a körfrekvenciája

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{\left(\frac{1}{2}m + m_1 + m_2\right)r^2}}.$$

Ismeretes, hogy A amplitúdó esetén a rezgőmozgás gyorsulása: $a_1 = A\omega^2\sin\omega t$. Ezekből az adatokból kiszámíthatjuk a K_1, ill. a K_2 fonálerőt.

$$K_1 = m_1(g - a_1) = m_1(g - A\omega^2\sin\omega t),$$
$$K_2 = m_2(g + a_1) = m_2(g + A\omega^2\sin\omega t).$$

A csigára ezen két erő összege hat:

$$K = K_1 + K_2 = (m_1 + m_2)g + (m_2 - m_1)A\omega^2\sin\omega t.$$

Megjegyzés. A megoldás csak akkor ilyen alakú, ha a fonál által továbbított erő a fonalat feszíti, azaz ha K_1 és K_2 pozitív minden időpillanatban, vagyis ha $g - a_1 > 0$ és $g + a_1 > 0$ más szóval $g > |a_1|$.

Jung József (Szeged, Radnóti M. g. IV. o. t.)