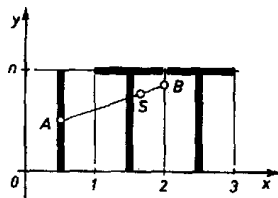


I. Megoldás. Foglalkozzunk először az általános esettel.



1. ábra

Az 1. ábrán látható koordináta-rendszerben az egyes betűk súlypontjának koordinátái a következők: Az I betű súlypontja a magasság felében lesz: $A(1/2; n/2)$. A két T betűre

$$\left(3/2; \frac{n^2 + 2n}{2n + 1}\right), \quad \text{illetve} \quad \left(5/2; \frac{n^2 + 2n}{2n + 1}\right)$$

adódik. (A függőleges és vízszintes szárból álló egész test súlypontját a két szár súlypontjának koordinátáiból számoltuk ki. A két T betűnek mint egy testnek súlypontja a fenti két adatból könnyen kapható, a magasság ugyanaz, a „súlyok” egyenlők, ezért az x koordináták számtani középárányosa lesz a súlypont abszcisszája:

$$B\left(2; \frac{n^2 + 2n}{2n + 1}\right).$$

Az A súlypontú test tömege n egység, a B súlypontúé pedig $(2n + 2)$ egység. Az egész test súlypontja az AB szakaszon van és azt a tömegekkel fordított arányban osztja. Így S koordinátáira a következő értékek adódnak:

$$x = \frac{9n + 8}{2(3n + 2)}, \quad y = \frac{3n^2 + 4n}{2(3n + 2)}.$$

Az első kérdésre az $n = 1$ helyettesítéssel kapjuk a választ:

$$x = 1,7, \quad y = 0,7.$$

Az S súlypont pályájának egyenletét úgy kapjuk meg, ha x és y kifejezéséből kiküszöböljük az n paramétert:

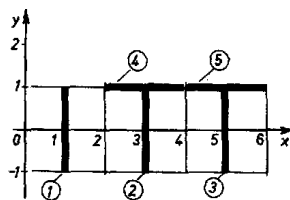
$$y = \frac{4(2 - x) \cdot (x - 1)}{3(2x - 3)}.$$

Megvizsgálva két speciális esetet: $n = 0$, azaz $y = 0$ esetén $x = 2$, ekkor csak a T betűk vízszintes szára marad meg. Ha n értékét egyre növeljük, y értéke is ∞ felé tart. Tehát $1/y$, nullához közeledik, ezért a fenti törtkifejezés reciprokát tekintve – az tart 0-hoz. Így – annak nevezője korlátos lévén – a számlálója is tart 0-hoz.

Tehát $2x - 3 \rightarrow 0$, azaz $x \rightarrow 3/2$. A súlypont tehát egyre közeledik az első T betű szárához. A növekvő súlyú függőleges szárok egyre növekvő mértékben hatnak a súlypont helyzetére.

Lakatos Éva (Bp., VIII., Százados úti g. II. o. t.)

II. megoldás. Vegyünk fel egy derékszögű koordináta-rendszert a 2. ábrán látható módon.



2. ábra

A betűket alkotó egyes egyenesszakaszok koordinátái x_i, y_i . A súlypont koordinátáit az egyes elemek súlypont-koordinátáinak súlyozott átlaga adja. Egy-egy betűszár fél hosszát és teljes súlyát egységnyinek tekintjük.

$$m_1 = m_2 = \dots = m_5 = 1, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 5, \quad x_4 = 3, \quad x_5 = 5, \\ y_1 = y_2 = y_3 = 0, \quad y_4 = y_5 = 1.$$

Így a tömegekkel súlyozott átlag

$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_5 x_5}{m_1 + m_2 + \dots + m_5} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{5} = 3,4.$$

Hasonlóan

$$Y = \frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 2}{5} = 0,4.$$

Ha a függőleges száracat n -szeresre növeljük, akkor

$$X = \frac{n \cdot 1 + n \cdot 3 + n \cdot 5 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 5}{3n + 2} = \frac{9n + 8}{3n + 2};$$

$$Y = \frac{n \cdot 0 + n \cdot 0 + n \cdot 0 + 1 \cdot n + 1 \cdot n}{3n + 2} = \frac{2n}{3n + 2}.$$

Ha $n = 0$, akkor $x = 4$, $y = 0$. Ha n nő, akkor x monoton csökken, y monoton növekszik. Ha $n \rightarrow \infty$, akkor $x \rightarrow 3$ és $y \rightarrow 2/3$.

A súlypont pályájának egyenlete n kiküszöbölése után

$$y = \frac{-2}{3}x + \frac{8}{3}.$$

A pálya egyenlete egy egyenes egyenlete és csak az előbb meghatározott $n = 0$ és $n = \infty$ esetén felvett $(4, 0)$ és $(3, \frac{2}{3})$ pontok között értelmezhető.

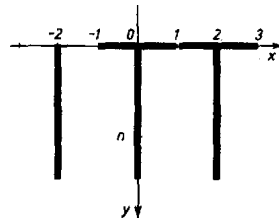
Horváthy Péter (Bp., Fazekas M. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Az első pillanatban furcsának tűnhet, hogy egyszerű koordináta-rendszer eltolás miatta pálya hiperbolából egyenessé alakul. Figyeljük meg azonban, hogy az első megoldásbeli koordináta-rendszerhez viszonyítva a második megoldásbeli koordináta-rendszer mozog, ha n változik, a függőleges szárac súlypontjával együtt.

Hiperbolikus, de más alakú pályaegyenletet kapunk, ha a T betűk vízszintes szárához rögzítjük az x tengelyt, mint az például *Gyimesi Ferenc* (Győr, Révai M. g. II. o. t.) megoldásában található (3. ábra):

$$X = \frac{2}{3n + 2}, \quad Y = \frac{3n^2}{3n + 2};$$

$$Y = \frac{2}{3} \left(X + \frac{1}{X} \right) - \frac{4}{3}.$$



3. ábra