Hogy a feladatot meg tudjuk oldani, a problémát vissza kell transzformálni a forgó koordináta-rendszerből inercia-rendszerbe. Ez azért szükséges, mert az energia és impulzusmomentum (felületi sebesség) tétele csak itt igaz.

A Föld felületén a rakéta sebességének függőleges komponense a keresett $v_0$, vízszintes komponense pedig a Föld forgásából származó $\omega R$ ahol $\omega = \frac{2\pi}{1\ \text{nap}}$, a Föld tengely körüli szögsebessége.

A pálya Földtől legtávolabbi pontjában a sebességnek függőleges komponense nincs, vízszintes komponense pedig $\omega r - v$. ($r$ a pálya legmagasabb pontjának távolsága a Föld középpontjától.)

Ezen adatokkal a felületi sebesség tétele (Kepler II. törvénye):

(1)
$$\frac{\omega R \cdot R}{2} = \frac{(\omega r - v) r}{2}.$$

Ebből

(2)
$$r^2 - \frac{v}{\omega} r - R^2 = 0.$$

Numerikus adatokkal:

$$\frac{v}{\omega} = \frac{700\ \text{m/s}}{2\pi/86\ 400\ \text{1/s}} = 9{,}6 \cdot 10^6\ \text{m},$$

mely $(3/2)R$-rel egyenlő.

Ezt visszahelyettesítve a (2)-be

$$r^2 - (3/2)Rr - R^2 = 0,$$

mely másodfokú egyenlet gyökei: $r = 2R$, $r = -(1/2)R$. A $-(1/2)R$ értelmetlen ezért csak $r = 2R$ a megoldás. A rakéta kétszeres földsugár magasságig emelkedik.

Írjuk fel a két előbb vett pontra az energiatételt:

$$\frac{1}{2}\left[v_0^2 + (\omega R)^2\right] - \frac{mR^2 g}{R} = \frac{1}{2} m[\omega r - v]^2 - \frac{mR^2 g}{r}.$$

Az (1) egyenletből

$$\frac{1}{2} m[v_0^2 + (\omega R)^2] - \frac{mR^2 g}{R} = \frac{1}{2} m \frac{\omega^2 R^2}{r^2} - \frac{mR^2 g}{r},$$

rendezve

$$v_0^2 = 2Rg\left(1 - \frac{R}{r}\right) - \omega^2 R^2 \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right).$$

A második tag az elsőhöz képest kicsi, amiről az értékek behelyettesítésével meggyőződhetünk. Ezt elhagyva:

$$v_0^2 = 2Rg\left(1 - \frac{R}{r}\right).$$

Mivel $r = 2R$, ezért $v_0^2 = Rg$. $v_0 = \sqrt{Rg} = 7{,}9$ km/s, az első kozmikus sebesség.

*Nagy Zsigmond* (Bp. Kaffka M. g. III. o. t.)